סדרה ממשית: $a:\mathbb{N}\to\mathbb{R}$.

סימון: $a_n=a\left(n\right)$, $a=\left(a_n\right)_{n=0}^{\infty}$.

סדרה מונוטונית: תהא a סדרה

- עולה ממש: $\forall n,m\in\mathbb{N}.n<m\Longrightarrow a_n<a_m$.
- עולה: $\forall n,m\in\mathbb{N}.n<m\Longrightarrow a_n\leq a_m$.
- יורדת ממש: $\forall n,m\in\mathbb{N}.n<m\Longrightarrow a_n>a_m$.
- יורדת: $\forall n,m\in\mathbb{N}.n<m\Longrightarrow a_n\geq a_m$.

סדרה חסומה: $\exists M\in\mathbb{R}.\forall n\in\mathbb{N}.\left|a_n\right|<M$.

סדרה חסומה מלמעלה/מלעיל: $\exists M\in\mathbb{R}.\forall n\in\mathbb{N}.a_n<M$.

סדרה חסומה מלמטה/מלרע: $\exists M\in\mathbb{R}.\forall n\in\mathbb{N}.a_n>M$.

גבול: $\left(\lim\limits_{n\to\infty}a_n=L\right)\equiv\left(\forall\varepsilon>0.\exists N\in\mathbb{N}.\forall n\geq N.\left|a_n-L\right|<\varepsilon\right)$.

סימון: $\left(a_n\xrightarrow[n\to\infty]{}L\right)\equiv\left(\lim\limits_{n\to\infty}a_n=L\right)$.

יחידות הגבול: $\left(\lim_{n\to\infty}a_n=L_1\right)\wedge\left(\lim_{n\to\infty}a_n=L_2\right)\Longrightarrow L_1=L_2$.

טענה: $\lim_{n\to\infty}c=c$.

אריתמטיקה של גבולות: נניח כי $\lim_{n\to\infty}a_n=L_1$, $\lim_{n\to\infty}b_n=L_2$

- $\lim_{n\to\infty}a_n+b_n=L_1+L_2$.
- $\lim_{n\to\infty}a_n\cdot b_n=L_1\cdot L_2$.
- $\lim_{n\to\infty}c\cdot a_n=c\cdot\lim_{n\to\infty}a_n$.

כלל הסנדוויץ': $\left(\forall n\in\mathbb{N}.a_n\leq b_n\leq c_n\right)\wedge\left(\lim_{n\to\infty}a_n=L=\lim_{n\to\infty}c_n\right)\Longrightarrow\left(\lim_{n\to\infty}b_n=L\right)$.

גבול במובן הרחב: תהא a סדרה ממשית

- $\left(\lim\limits_{n\to\infty}a_n=\infty\right)\equiv\left(\forall m\in\mathbb{R}.\exists N\in\mathbb{N}.\forall n\geq N.a_n>m\right)$.
- $\left(\lim\limits_{n\to\infty}a_n=-\infty\right)\equiv\left(\forall m\in\mathbb{R}.\exists N\in\mathbb{N}.\forall n\geq N.a_n<m\right)$.

אריתמטיקה של גבולות במובן הרחב: נניח כי $\lim_{n\to\infty}a_n=L_1$, $\lim_{n\to\infty}b_n=L_2$

- $\left(L_1=\infty\wedge L_2\in\mathbb{R}\right)\Longrightarrow\left(\lim_{n\to\infty}a_n+b_n=\infty\right)$.
- $\left(L_1=-\infty\wedge L_2\in\mathbb{R}\right)\Longrightarrow\left(\lim_{n\to\infty}a_n+b_n=-\infty\right)$.
- $\left(L_1=\infty\wedge\left(L_2>0\vee L_2=\infty\right)\right)\Longrightarrow\left(\lim_{n\to\infty}a_n\cdot b_n=\infty\right)$.
- $\left(L_1=\infty\wedge\left(L_2<0\vee L_2=-\infty\right)\right)\Longrightarrow\left(\lim_{n\to\infty}a_n\cdot b_n=-\infty\right)$.

כלל הסנדוויץ' במובן הרחב: יהיו a,b סדרות המקיימות $\forall n\in\mathbb{N}.a_n\leq b_n$

- $\left(a_n\xrightarrow[n\to\infty]{}\infty\right)\Longrightarrow\left(b_n\xrightarrow[n\to\infty]{}\infty\right)$.
- $\left(b_n\xrightarrow[n\to\infty]{}-\infty\right)\Longrightarrow\left(a_n\xrightarrow[n\to\infty]{}-\infty\right)$.

הערה: תהא a סדרה אזי $\begin{cases}a\text{ מתכנסת} & \lim_{n\to\infty}a_n\in\mathbb{R}\\ a\text{ מתבדרת} & else\end{cases}$.

משפט בולצאנו ויירשטראס: תהא a סדרה מונוטונית וחסומה אזי $\lim_{n\to\infty}a_n=\sup\left\{a_n\mid n\in\mathbb{N}\right\}$.

מסקנה: יהי $q\in\left(0,1\right)$ אזי $\lim_{n\to\infty}q^n=\inf\left\{q^n\mid n\in\mathbb{N}\right\}$.

סדרה גאומטרית: סדרה a המקיימת $\exists q\in\mathbb{R}.\forall n\in\mathbb{N}.\frac{a_{n+1}}{a_n}=q$.

טענה: תהא a סדרה גאומטרית אזי $a_n=a_0\cdot q$.

אי שיוויון ברנולי: $\forall n\in\mathbb{N}.\forall x\in\left(-1,\infty\right).\left(1+x\right)^n\geq1+nx$.

מסקנה: $\lim_{n\to\infty}q^n=\begin{cases}0 & q\in\left)0,1\right(\\ \infty & q\in\left(1,\infty\right)\end{cases}$.

מבחן המנה: תהא a סדרה המקיימת $\forall n\in\mathbb{N}.a_n>0$ אזי $\lim_{n\to\infty}a_n=\begin{cases}0 & \lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}<1\\ \infty & \lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}>1\end{cases}$.

מבחן השורש: תהא a סדרה אזי $\lim_{n\to\infty}a_n=\begin{cases}0 & \lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}<1\\ \infty & \lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}>1\end{cases}$.

טענה: יהיו $p,q\in\mathbb{R}[x]$

- $\deg(p)<\deg(q)\implies\lim_{n\to\infty}\frac{p(n)}{q(n)}=0$.
- $\deg(p)=\deg(q)\implies\lim_{n\to\infty}\frac{p(n)}{q(n)}=\frac{\text{המקדם המוביל של } p}{\text{המקדם המוביל של } q}$.

סדרת הסכומים החלקיים: תהא a סדרה אזי $\lambda n\in\mathbb{N}.\sum_{k=0}^{n}a_k$.

סדרת ההפרשים: תהא a סדרה אזי $\lambda n\in\mathbb{N}.\begin{cases}b_0 & n=0\\ b_n-b_{n-1} & else\end{cases}$.

טור: $\sum_{k=0}^{\infty}a_k=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=0}^{n}a_k$.

הערה: תהא a סדרה אזי $\begin{cases}\sum_{k=0}^{\infty}a_k \text{ מתכנס} & \sum_{k=0}^{\infty}a_k\in\mathbb{R}\\ \sum_{k=0}^{\infty}a_k \text{ מתבדר} & else\end{cases}$.

סכום סדרה הנדסית: $\forall q\in\mathbb{R}.\sum_{k=0}^{n}q^k=\frac{1-q^{n+1}}{1-q}$.

טענה: $\forall q\in(-1,1).\sum_{n=0}^{\infty}q^n=\frac{1}{1-q}$.

משפט: $\sum_{n=0}^{\infty}a_n$ מתכנס $\Longleftarrow\lim_{n\to\infty}a_n=0$.

הטור ההרמוני: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$.

משפט: הטור ההרמוני מתבדר.

טענה: יהיו a,b סדרות המקיימות $(\forall n\in\mathbb{N}.0\le a_n\le b_n)\wedge(\exists N\in\mathbb{N}.\forall n\ge N.a_n\le b_n)$

- $(\sum_{n=0}^{\infty}b_n<\infty)\implies(\sum_{n=0}^{\infty}a_n<\infty)$.
- $(\sum_{n=0}^{\infty}a_n=\infty)\implies(\sum_{n=0}^{\infty}b_n=\infty)$.

משפט: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$ מתכנס.

אריתמטיקה של טורים: יהיו a,b סדרות

- $\sum_{n=0}^{\infty}a_n+b_n=\sum_{n=0}^{\infty}a_n+\sum_{n=0}^{\infty}b_n$.
- $\sum_{n=0}^{\infty}c\cdot a_n=c\cdot\sum_{n=0}^{\infty}a_n$.

סביבה מנוקבת: יהי $\delta>0$ ויהי $x\in\mathbb{R}$ אזי $I_x=(x-\delta,x+\delta)\setminus\{x\}$.

גבול נקודתי: $(\lim_{x\to x_0}f(x)=L)\equiv(\forall\varepsilon>0.\exists\delta>0.\forall x\in I_{x_0}.|f(x)-L|<\varepsilon)$.

גבול חד צדדי שמאלי: $\left(\lim_{x\to x_0^-}f(x)=L\right)\equiv(\forall\varepsilon>0.\exists\delta>0.\forall x\in(x_0-\delta,x_0).|f(x)-L|<\varepsilon)$.

גבול חד צדדי ימני: $\left(\lim_{x\to x_0^+}f(x)=L\right)\equiv(\forall\varepsilon>0.\exists\delta>0.\forall x\in(x_0,x_0+\delta).|f(x)-L|<\varepsilon)$.

טענה: $\left(\lim_{x\to x_0^-}f(x)=L=\lim_{x\to x_0^+}f(x)\right)\implies(\lim_{x\to x_0}f(x)=L)$.

גבול: $(\lim_{x\to\infty}f(x)=L)\equiv(\forall\varepsilon>0.\exists M\in\mathbb{R}.\forall x\ge M.|f(x)-L|<\varepsilon)$.

גבול במובן הרחב:

- $(\lim_{x\to x_0}f(x)=\infty)\equiv(\forall m\in\mathbb{R}.\exists\delta>0.\forall x\in I_{x_0}.f(x)>m)$.
- $(\lim_{n\to\infty}f(x)=-\infty)\equiv(\forall m\in\mathbb{R}.\exists\delta>0.\forall x\in I_{x_0}.f(x)<m)$.

קריטריון היינה: $(\lim_{x\to x_0}f(x)=L)\iff\left(\forall y\in\mathbb{R}^{\mathbb{N}}.(\lim_{n\to\infty}y_n=x_0)\implies(\lim_{n\to\infty}f(y_n)=L)\right)$.

אריתמטיקה של גבולות: נניח כי $\lim_{x\to x_0}f(x)=L_1$, $\lim_{x\to x_0}g(x)=L_2$

- $\lim_{x\to x_0}f(x)+g(x)=L_1+L_2$.
- $\lim_{x\to x_0}f(x)\cdot g(x)=L_1\cdot L_2$.
- $(L_1=\infty\wedge L_2\in(-\infty,\infty))\implies(\lim_{x\to x_0}f(x)+g(x)=\infty)$.
- $(L_1=-\infty\wedge L_2\in(-\infty,\infty))\implies(\lim_{x\to x_0}f(x)+g(x)=-\infty)$.
- $(L_1=\infty\wedge L_2\in(0,\infty))\implies(\lim_{x\to x_0}f(x)\cdot g(x)=\infty)$.
- $(L_1=-\infty\wedge L_2\in(0,\infty))\implies(\lim_{x\to x_0}f(x)\cdot g(x)=-\infty)$.
- $(L_1=\infty\wedge L_2\in(-\infty,0))\implies(\lim_{x\to x_0}f(x)\cdot g(x)=-\infty)$.
- $(L_1=-\infty\wedge L_2\in(-\infty,0))\implies(\lim_{x\to x_0}f(x)\cdot g(x)=\infty)$.

כלל הסנדוויץ': $(\forall x\in I_{x_0}.h(x)\le f(x)\le g(x))\wedge(\lim_{x\to x_0}h(x)=L=\lim_{x\to x_0}g(x))\implies(\lim_{n\to\infty}b_n=L)$.

משפט: $\forall x\in\mathbb{R}.|\sin(x)|\le|x|$.

משפט: $\forall x_0\in\mathbb{R}.(\lim_{x\to x_0}\sin(x)=\sin(x_0))\wedge(\lim_{x\to x_0}\cos(x)=\cos(x_0))$.

פונקציה רציפה נקודתית: פונקציה $f:I\to\mathbb{R}$ המקיימת $\lim_{x\to x_0}f(x)=f(x_0)$.

פונקציה רציפה: פונקציה $f:I\to\mathbb{R}$ המקיימת $\forall x_0\in I.\lim_{x\to x_0}f\left(x\right)=f\left(x_0\right)$.

משפט: סכום, כפל והרכבה של פונקציות רציפות היא פונקציה רציפה.

מסקנה: לכל $f\in\mathbb{R}\left[x_1,\ldots,x_n\right]$ מתקיים כי f רציפה.

משפט: הפונקציות הטריגונומטריות והפונקציה המעריכית הינן רציפות.

אי רציפות: תהא $f:I\to\mathbb{R}$

- אי רציפות סליקה: $\lim_{x\to x_0}f\left(x\right)\neq f\left(x_0\right)$.
- אי רציפות מסוג שני: $\lim_{x\to x_0^-}f\left(x\right)\neq\lim_{x\to x_0^+}f\left(x\right)$.
- אי רציפות מסוג שלישי: ($\lim_{x\to x_0^+}f\left(x\right)$ לא קיים)$\vee$($\lim_{x\to x_0^-}f\left(x\right)$ לא קיים).

משפט: אם f פונקציה מונוטונית אז היא יכולה להיות רק אי רציפה מסוג שני.

משפט ערך הביניים: תהא $I\subseteq\mathbb{R}$ ותהא $f:I\to\mathbb{R}$ רציפה

- ניסוח ראשון: נניח כי $\left[a,b\right]\subseteq I$ כך ש־$f\left(a\right)<f\left(b\right)$ אזי $\forall t\in\left(f\left(a\right),f\left(b\right)\right).\exists c\in\left(a,b\right).f\left(c\right)=t$.
- ניסוח שני: נניח כי $\left[a,b\right]\subseteq I$ אזי $f\left[\left(a,b\right)\right]$ אינטרוול.

מסקנה: פונקציה רציפה וחח"ע היא מונוטונית עולה/יורדת ממש.

מסקנה: תהא $f:I\to\mathbb{R}$ פונקציה חח"ע ורציפה אז $f^{-1}:\text{Im}\left(f\right)\to I$ רציפה.

מסקנה: הפונקציות הטריגונומטריות ההפוכות, הפונקציה המעריכית והפונקציה $x^{\frac{1}{k}}$ הינן רציפות.

פונקציית מיקום: יהי חלקיק אזי $x:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$.

העתק: יהי חלקיק אזי $x\left(t\right)$.

משוואת המהירות הבסיסית: זמן $\cdot$ מהירות $=$ דרך.

פונקציה גזירה נקודתית: פונקציה $f:I\to\mathbb{R}$ המקיימת כי $\lim_{h\to0}\frac{f\left(x_0+h\right)-f\left(x_0\right)}{h}$ קיים.

נגזרת: $f'\left(x\right)=\lim_{h\to0}\frac{f\left(x+h\right)-f\left(x\right)}{h}$.

הגדרה: $f^{(0)}=f$, $f^{(1)}=f'$, $f^{(n+1)}=\left(f^{(n)}\right)'$.

סימון הנקודה של ניוטון: $\dot{x}=x'$, $\ddot{x}=x''$.

סימון לייבניץ: $\frac{d^nf}{dx^n}=f^{(n)}$.

נוסחת ניוטון: $\left(f\cdot g\right)^{(n)}=\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}\cdot f^{(k)}\cdot g^{(n-k)}$.

מהירות: $\dot{x}=v$.

סימון: $C^0\left(I\right)=$ "פונקציות רציפות ב־I", $C^n\left(I\right)=$ "פונקציות גזירות n פעמים ב־I".

טענה: $\forall n\in\mathbb{N}.C^{n+1}\left(I\right)\subseteq C^n\left(I\right)$.

פונקציית סימן: $\text{sign}\left(x\right)=\text{sgn}\left(x\right)=\frac{|x|}{x}$.

טענה: $\lim_{x\to0}\text{sign}\left(x\right)$ לא מוגדר.

פונקציית דריכלה: $D\left(x\right)=\begin{cases}0 & x\in\mathbb{Q}\\ 1 & x\notin\mathbb{Q}\end{cases}$.

טענה: $D\left(x\right)$ לא גזירה באף נקודה.

אריתמטיקה של נגזרות: יהיו $f,g\in C^1\left(I\right)$

- $\left(x^c\right)'=cx^{c-1}$.
- $\left(c\cdot f\right)'=c\cdot f'$.
- $\left(g+f\right)'=g'+f'$.
- $\left(g\cdot f\right)'=g'\cdot f+f'\cdot g$.
- $\left(g\circ f\right)'=f'\cdot\left(g'\circ f\right)$.
- $\left(\frac{f}{g}\right)'=\frac{f'\cdot g-g'\cdot f}{g^2}$.

טענה: $\sin'\left(x\right)=\cos\left(x\right)$, $\arcsin'\left(x\right)=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

טענה: $\cos'\left(x\right)=-\sin\left(x\right)$, $\arccos'\left(x\right)=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

טענה: $\tan'\left(x\right)=\frac{1}{\cos^2\left(x\right)}$, $\arctan'\left(x\right)=\frac{1}{1+x^2}$.

משפט: $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ קיים וסופי.

קבוע אוילר: $e=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\approx2.71$.

מסקנה: $\forall x\in\mathbb{R}.\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{x}{n}\right)^n=e^x$.

משפט: $\left(\lim_{x\to x_0}\left(1+\frac{1}{f(x)}\right)^{f(x)}=e\right)\Longrightarrow\left(\lim_{x\to x_0}f(x)=\infty\right)$.

לוגריתם טבעי: $\ln=\log_e$.

טענה: $\log_a(x)'=\frac{1}{x\ln(a)}$.

טענה: $\lim_{y\to0}\frac{e^y-1}{y}=1$.

מסקנה: $(a^x)'=a^x\ln(a)$, $(e^x)'=e^x$.

משפט: תהא $f:I\to\mathbb{R}$ חח"ע וגזירה אזי $f^{-1}:\mathrm{Im}(f)\to I$ גזירה ומקיימת $\left(f^{-1}\right)'(y)=\frac{1}{f'(f^{-1}(y))}$.

טענה: $\forall x\in\mathbb{R}.1+x\le e^x$.

פונקציות היפרבוליות: $\sinh(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$, $\cosh(x)=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$.

טענה: $\sinh'=\cosh$, $\cosh'=\sinh$.

טענה: תהא $f:I\to\mathbb{R}$ ותהא $x_0\in I$ נקודת גזירות ב־f

- $(f'(x_0)>0)\Longleftarrow$ (קיימת סביבה של x_0 כך ש־f עולה).
- $(f'(x_0)<0)\Longleftarrow$ (קיימת סביבה של x_0 כך ש־f יורדת).

מינימום מקומי/לוקאלי: $x_0\in\mathrm{Dom}(f)$ שמקיים $\exists\varepsilon>0.\forall x\in I_{x_0}.f(x_0)\le f(x)$.

מינימום גלובלי: $x_0\in\mathrm{Dom}(f)$ שמקיים $\forall x\in\mathrm{Dom}(f).f(x_0)\le f(x)$.

מקסימום מקומי/לוקאלי: $x_0\in\mathrm{Dom}(f)$ שמקיים $\exists\varepsilon>0.\forall x\in I_{x_0}.f(x)\le f(x_0)$.

מקסימום גלובלי: $x_0\in\mathrm{Dom}(f)$ שמקיים $\forall x\in\mathrm{Dom}(f).f(x)\le f(x_0)$.

נקודת קיצון: (מינימום מקומי)$\vee$(מקסימום מקומי).

משפט: אם x נקודת קיצון של f אזי $f'(x)=0$.

משפט רול: תהא f גזירה ב־$[a,b]$ ונניח כי $f(a)=f(b)$ אזי $\exists c\in[a,b].f'(c)=0$.

משפט לגראנז': תהא $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ גזירה אזי $\exists c\in(a,b).f'(c)=\frac{f(a)-f(b)}{a-b}$.

מסקנה: תהא $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ גזירה אזי $|f(a)-f(b)|\le|a-b|\cdot\sup(f'(c)\mid c\in(a,b))$.

עקום בזייה: יהיו $P_0,\ldots,P_n\in\mathbb{R}^m$ נקודות אזי $B(t)=\sum_{i=0}^{n}\binom{n}{i}(1-t)^{n-i}t^iP_i$.

פונקציה קעורה בקטע: $\forall x,y\in I.\forall t\in[0,1].(1-t)f(x)+tf(y)\le f((1-t)x+ty)$.

פונקציה קמורה בקטע: $\forall x,y\in I.\forall t\in[0,1].(1-t)f(x)+tf(y)\ge f((1-t)x+ty)$.

טענה: תהא $f:I\to\mathbb{R}$ ותהא $x_0\in I$ נקודת גזירות ב־f

- $(f''(x_0)>0)\Longleftarrow$ (קיימת סביבה של x_0 כך ש־f קעורה).
- $(f''(x_0)<0)\Longleftarrow$ (קיימת סביבה של x_0 כך ש־f קמורה).

נקודת פיתול: נקודת קיצון של f'.

משפט: אם x נקודת פיתול של f אז $f''(x)=0$.

תאוצה: $a=\dot{v}=\ddot{x}$.

משוואת ניוטון: $F=ma$.

אסימפטוטה משופעת חיובית: תהא פונקציה f אזי $mx+n$ המקיימת $\lim_{x\to\infty}f(x)-(mx+n)=0$.

אסימפטוטה משופעת שלילית: תהא פונקציה f אזי $mx+n$ המקיימת $\lim_{x\to-\infty}f(x)-(mx+n)=0$.

אסימפטוטה אנכית: תהא פונקציה f אזי $x=x_0$ המקיימת $(\lim_{x\to x_0^+}f(x)=\pm\infty)\vee(\lim_{x\to x_0^-}f(x)=\pm\infty)$.

הערה: אם קיימת אסימפטוטה משופעת אזי $m=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{f(x)}{x}$, $n=\lim\limits_{x\to\pm\infty}(f(x)-mx)$.

פונקציה סתומה: תהא $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ תהא $g:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ ויהי $c\in\mathbb{R}$ אזי $g(x,f(x))=c$.

גזירה סתומה: $\frac{d}{dx}g(x,f(x))=0$.

כלל לופיטל: יהי $x_0\in\mathbb{R}\cup\{\pm\infty\}$ ונניח כי $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)\in\{0,\pm\infty\}\ni\lim\limits_{x\to x_0}g(x)$ אזי $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f'(x)}{g'(x)}$.

הגדרה: יהי $x_0\in\mathbb{R}$ אזי $o(f)=\left\{g\in\mathbb{R}^{\mathbb{R}}\;\middle|\;\lim_{x\to x_0}\frac{g(x)}{f(x)}=0\right\}$.

פונקציית שגיאה: יהיו f,g פונקציות אזי $E=f-g$.

טענה: $\forall f,g\in\mathbb{R}^{\mathbb{R}}.f=g+E$.

קירוב מסדר n: תהא f פונקציה אזי $p\in\mathbb{R}_n[x]$ המקיימת $(E(x_0)=0)\wedge(E\in o((x-x_0)^n))$.

משפט: (f גזירה n פעמים ב־x_0) $\Longleftrightarrow$ (קיים קירוב מסדר n ל־f ב־x_0).

משיק לגרף: $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$.

משפט: $f^{(k)}(x_0) = g^{(k)}(x_0)$. $\forall k \in [n] \cup \{0\}$ $\Longleftrightarrow$ $f - g \in o\left((x-x_0)^n\right)$.

טור טיילור/פולינום מקלורן: $p_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} (x-x_0)^k$.

משפט: p_n הוא הפולינום היחידי בקירוב מסדר n.

הגדרה: $R_n(x) = f(x) - p_n(x)$.

הערכת השגיאה על פי לגראנז': $R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!}(x-x_0)^{n+1}$. $\exists c \in (\min(x,x_0), \max(x,x_0))$.

מסקנה: $|R_n(x)| \le \max_{c' \in (\min(x,x_0),\max(x,x_0))} \left(\frac{\left|f^{(n+1)}(c')\right|}{(n+1)!} |x-x_0|^{n+1}\right)$.

מסקנה: $e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$, $\sin(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{2k+1}}{(2k+1)!}$, $\cos(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{2k}}{(2k)!}$.

שיטת ניוטון רפסון: תהא $a_0 \in \mathbb{R}$ נגדיר $a_{n+1} = a_n - \frac{f(a_n)}{f'(a_n)}$.

טענה: בעבור פונקציה f ותנאי התחלה מספיק קיימת האפשרות שיתקיים $f(\lim_{n\to\infty} a_n) = 0$.

פונקציה קדומה: תהא f פונקציה אזי פונקציה F המקיימת $F' = f$.

טענה: יהיו F_1, F_2 פונקציות קדומות של f אזי $\exists c \in \mathbb{R}. F_1 = F_2 + c$.

איטגרל לא מסוים: תהא f פונקציה אזי קבוצת הפונקציות הקדומות של f.

סימון: האינטגרל הלא מסוים של f הוא $\int f(x)\,dx$.

אריתמטיקה של אינטגרלים: יהיו $f, g \in \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

- $\int x^t dx = \frac{x^{t+1}}{t+1} + c$.
- $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$.
- $\int c \cdot f(x)\,dx = c \cdot \int f(x)\,dx$.
- $\int (g(x) + f(x))\,dx = \int g(x)\,dx + \int f(x)\,dx$.
- $\int f'(x) \cdot g(x)\,dx = f(x) \cdot g(x) - \int f(x) \cdot g'(x)\,dx + c$.
- $g(f(x)) = \int f'(x) \cdot g'(f(x))\,dx$.

סכום דרבו תחתון: תהא $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ אזי $D_n^- = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{b-a}{n}\right) \cdot \min\left\{f(x) \mid x \in \left[\frac{(n-i+1)a+(i-1)b}{n}, \frac{(n-i)a+ib}{n}\right]\right\}$.

סכום דרבו עליון: תהא $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ אזי $D_n^+ = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{b-a}{n}\right) \cdot \max\left\{f(x) \mid x \in \left[\frac{(n-i+1)a+(i-1)b}{n}, \frac{(n-i)a+ib}{n}\right]\right\}$.

אינטגרל מסוים: תהא $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ ונניח כי $\lim_{n\to\infty} D_n^- = \lim_{n\to\infty} D_n^+$ אזי $\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{n\to\infty} D_n^-$.

הערה: אריתמטיקת האינטגרל המסוים זהה לאריתמטיקת האינטגרל הלא מסוים.

טענה: $\int_a^b f(x)\,dx + \int_b^c f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx$.

טענה: $(\forall x \in [a,b]. f(x) \le g(x)) \Longrightarrow \int_a^b f(x)\,dx \le \int_a^b g(x)\,dx$.

פונקציה צוברת שטח: תהא $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ אזי $F : [a,b] \to \mathbb{R}$ המוגדרת $F(x) = \int_a^x f(t)\,dt$.

המשפט היסודי של החדו"א: תהא $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ נניח כי F פונקציה צוברת שטח

- F רציפה.
- (f רציפה ב־x) $\Longleftarrow$ $(F'(x_0) = f(x_0))$.

מסקנה: תהא $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ רציפה אזי הפונקציה הצוברת שטח שלה היא פונקציה קדומה ל־f.

הצבה: $f(x)\,|_a^b = [f(x)]_a^b = f(b) - f(a)$.

משפט ניוטון לייבניץ: תהא $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ ופונקציה קדומה F אזי $\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$.

אורך עקומה: תהא $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ אזי $\int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2}\,dx$.

נפח גוף סיבוב סביב ציר x: תהא $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ אזי $\pi \int_a^b f^2(x)\,dx$.

נפח גוף סיבוב סביב ציר y: תהא $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ אזי $2\pi \int_a^b x \cdot f(x)\,dx$.