הצרנה: הפיכת פסוק מילולי לשפה של צורות מתמטיות.

פסוק יסודי: טענה עצמית שיכולה להיות אמת או שקר.

קשר הדיסיונקציה/או: יהיו A,B פסוקים יסודיים אזי $A\vee B$.

קשר הקוניונקציה/גם: יהיו A,B פסוקים יסודיים אזי $A\wedge B$.

קשר האימפליקציה/גרירה: יהיו A,B פסוקים יסודיים אזי $A\Longrightarrow B$.

קשר השלילה: יהיו A,B פסוקים יסודיים אזי $\neg A$.

פסוק/טענה: יהיו $A_1\ldots A_n$ פסוקים יסודיים אזי חיבור $A_1\ldots A_n$ בעזרת קשרים בצורה חוקית.

רישא: יהי $A\Longrightarrow B$ פסוק אזי A.

סיפא: יהי $A\Longrightarrow B$ פסוק אזי B.

השמה: יהיו $A_1\ldots A_n$ פסוקים יסודיים אזי קביעת ערך True או False לכל אחד מהם.

סימון: יהי A פסוק יסודי ותהא v השמה אזי $v(A)=\text{True}$ אם קבענו כי A מקבל ערך אמת בהשמה v.

סימון: יהי A פסוק יסודי ותהא v השמה אזי $v(A)=\text{False}$ אם קבענו כי A מקבל ערך שקר בהשמה v.

הערה: יהי A פסוק יסודי ותהא v השמה אזי $((v(A)=\text{True})\wedge(v(A)\neq\text{False}))\vee((v(A)=\text{False})\wedge(v(A)\neq\text{True}))$.

טבלת אמת: יהיו A,B פסוקים יסודיים אזי טבלה המסכמת את כל ההשמות האפשריות.

טענה טבלאות אמת של קשרים: יהיו A,B פסוקים יסודיים אזי

A	B	$A\vee B$
True	True	True
True	False	True
False	True	True
False	False	False

A	B	$A\wedge B$
True	True	True
True	False	False
False	True	False
False	False	False

A	B	$A\Longrightarrow B$
True	True	True
True	False	False
False	True	True
False	False	True

A	$\neg A$
True	False
False	True

טענה: יהיו $A_1\ldots A_n$ פסוקים יסודיים אזי קיימות 2^n השמות עבורם.

הערה: יהיו A,B פסוקים ותהא v השמה $(v(A)=\text{False})\Longrightarrow(v(A\Longrightarrow B)=\text{True})$.

פסוקים שקולים: יהיו A,B פסוקים נאמר כי $A\equiv B$ אם לכל השמה v מתקיים $v(A)=v(B)$.

טענה: יהיו A,B פסוקים אזי

- $(A\Longrightarrow B)\equiv((\neg A)\vee B)$.
- $(A\Longrightarrow B)\equiv((\neg B)\Longrightarrow(\neg A))$.
- $(\neg(\neg A))\equiv A$.
- $(A\wedge(B\vee C))\equiv((A\wedge B)\vee(A\wedge C))$.
- $(A\vee(B\wedge C))\equiv((A\vee B)\wedge(A\vee C))$.
- $(\neg(A\Longrightarrow B))\equiv(A\wedge(\neg B))$.
- $(A\wedge B)\equiv(B\wedge A)$.
- $(A\vee B)\equiv(B\vee A)$.
- $(A\wedge(B\wedge C))\equiv((A\wedge B)\wedge C)$.
- $(A\vee(B\vee C))\equiv((A\vee B)\vee C)$.

כללי דה מורגן: יהיו A,B פסוקים אזי

- $(\neg(A\wedge B))\equiv((\neg A)\vee(\neg B))$.
- $(\neg(A\vee B))\equiv((\neg A)\wedge(\neg B))$.

אם ורק אם (אם"ם): יהיו A,B פסוקים אזי $(A\Longleftrightarrow B)\equiv((A\Longrightarrow B)\wedge(B\Longrightarrow A))$.

טאוטולוגיה: פסוק A עבורו לכל השמה v מתקיים כי $v(A)=\text{True}$.

סתירה: פסוק A עבורו לכל השמה v מתקיים כי $v(A)=\text{False}$.

מסקנה: יהי A פסוק אזי (A סתירה)$\Longleftrightarrow$($\neg A$ טאוטולוגיה).

טענה: יהי P פסוק אזי $P\Longrightarrow P$ טאוטולוגיה.

טענה: יהי P פסוק אזי $P\vee(\neg P)$ טאוטולוגיה.

פסוק נובע סמנטית: יהיו $\alpha_1 \dots \alpha_n$ פסוקים אזי פסוק α המקיים כי לכל השמה עבורה $v(\alpha_1) = \dots = v(\alpha_n) = \text{True}$ מתקיים כי $v(\alpha) = \text{True}$.

פרידיקט n־מקומי: פסוק ב־n משתנים.

כמת קיים: קיים אובייקט שמקיים את הפרידיקט.

סימון: כמת קיים מסומן $\exists$.

כמת לכל: לכל אובייקט מתקיים הפרידיקט.

סימון: כמת לכל מסומן $\forall$.

נוסחה יסודית: יהי p פרידיקט חד־מקומי אזי $\forall x.p(x)$ או $\exists x.p(x)$.

נוסחה: תהיינה $A_1 \dots A_n$ נוסחאות וטענות יסודיות אזי חיבור $A_1 \dots A_n$ בעזרת קשרים וכמתים בצורה חוקית.

תחום הכימות/עולם הדיון: קבוצת האובייקטים שמהווים את המקור להצבות של משתנים.

אינטרפרטציה של פרידיקט: תהא p נוסחה ויהי D עולם הדיון אזי השמה מ־D.

סימון: תהא p נוסחה ותהא v השמה מעולם דיון D אם לכל a ב־D מתקיים $p(a)$ אזי $D \models \forall x.p(x)$.

סימון: תהא p נוסחה ותהא v השמה מעולם דיון D אם קיים a ב־D עבורו $p(a)$ אזי $D \models \exists x.p(x)$.

נוסחאות שקולות: יהיו p, q נוסחאות עבורן לכל תחום כימות D מתקיים $D \models (p \Longleftrightarrow q)$.

סימון: יהיו p, q נוסחאות שקולות אזי $p \equiv q$.

טענה: יהיו p, q, φ, ψ נוסחאות אזי

- $(\neg(\exists x.p(x))) \equiv (\forall x.(\neg p(x)))$.
- $(\neg(\forall x.p(x))) \equiv (\exists x.(\neg p(x)))$.
- $(\forall x.\forall y.\varphi(x,y)) \equiv (\forall y.\forall x.\varphi(x,y))$.
- $\exists x.\exists y.\varphi(x,y) \equiv \exists y.\exists x.\varphi(x,y)$.
- $\forall x.(\varphi(x) \wedge \psi(x)) \equiv (\forall x.\varphi(x)) \wedge (\forall y.\psi(y))$.
- $\exists x.(\varphi(x) \vee \psi(x)) \equiv (\exists x.\varphi(x)) \vee (\exists y.\psi(y))$.

הוכחת טענת קיים: $\exists x.P(x)$ נציג x עבורו מתקיים $P(x)$.

הוכחת טענת לכל: $\forall x.P(x)$ נציג עבור x כללי בתחום הכימות.

קיים יחיד: תהא φ נוסחה אזי $(\exists! x.\varphi(x)) \equiv ((\exists x.\varphi(x)) \wedge (\forall x.\forall y.((\varphi(x) \wedge \varphi(y)) \Longrightarrow (x = y))))$.

כתיב יוטא: תהא φ נוסחה עבורה $\exists! x.\phi(x)$ אזי $\phi(\iota x.\phi(x))$ אמת.

הערה: אנו נעבוד מעל מערכת האקסיומות ZFC.

קבוצה: אוסף של איברים ללא חשיבות לסדר וללא חזרות.

שייך: תהא A קבוצה אזי $a \in A$ אם a נמצאת ב־A.

סימון: תהא A קבוצה ויהי a אזי $(a \notin A) \Longleftrightarrow (\neg(a \in A))$.

רישום קבוצה:

- רשימת איברים: $\{a_1, \dots, a_n\}$ באשר $(a \in \{a_1, \dots, a_n\}) \Longleftrightarrow ((a = a_1) \vee \dots \vee (a = a_n))$.
- עקרון ההפרדה: $\{x \in A \mid \phi(x)\}$ באשר $(a \in \{x \in A \mid \phi(x)\}) \Longleftrightarrow ((a \in A) \wedge \phi(a))$.
- עיקרון ההחלפה: $\{f(x) \mid x \in A\}$ באשר $(a \in \{f(x) \mid x \in A\}) \Longleftrightarrow (\exists x \in A.f(x) = a)$.

הקבוצה הריקה: $\varnothing = \{\}$.

הטבעיים: $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$.

השלמים החיוביים: $\mathbb{N}_+ = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 0\}$.

הראשוניים: $\mathbb{P} = \{p \in \mathbb{N}_+ \mid \forall n \in \mathbb{N}_+.((1 < n < p) \Longrightarrow n \nmid p)\}$.

השלמים: $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$.

הרציונליים: $\mathbb{Q} = \left\{\frac{m}{n} \mid m \in \mathbb{Z} \wedge n \in \mathbb{N}_+\right\}$.

הממשיים: $\mathbb{R} =$"כל המספרים הממשיים".

הממשיים החיוביים: $\mathbb{R}_+ = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$.

המרוכבים: $\mathbb{C} = \{a + ib \mid (a \in \mathbb{R}) \wedge (b \in \mathbb{R})\}$.

קטע/אינטרוול: יהיו $a, b \in \mathbb{R}$ באשר $a \leq b$ אזי

- $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$.

- $(a,b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$.
- $[a,b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$.
- $[a,b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$.

הכלה: תהיינה A,B קבוצות אזי $(A \subseteq B) \iff (\forall x ((x \in A) \implies (x \in B)))$.

טענה: תהא A קבוצה אזי $\varnothing \subseteq A$.

סימון: תהיינה A,B קבוצות אזי $(A \nsubseteq B) \iff (\neg (A \subseteq B))$.

מוכל ממש: תהיינה A,B קבוצות אזי $(A \subset B) \iff ((A \subseteq B) \wedge (B \nsubseteq A))$.

טענה: תהיינה A,B,C קבוצות אזי $((A \subseteq B) \wedge (B \subseteq C)) \implies (A \subseteq C)$.

שיוויון/עקרון האקסטנציונליות: תהיינה A,B קבוצות אזי $(A = B) \iff (\forall x ((x \in A) \iff (x \in B)))$.

טענה: תהיינה A,B קבוצות אזי $(A = B) \iff (A \subseteq B) \wedge (B \subseteq A)$.

טענה יחידות הקבוצה הריקה: $\forall X (\forall y.y \notin X \implies X = \varnothing)$.

חיתוך: תהיינה A,B קבוצות אזי $A \cap B = \{x \in A \mid x \in B\}$.

איחוד: תהיינה A,B קבוצות אזי $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$.

חיסור: תהיינה A,B קבוצות אזי $A \backslash B = \{x \in A \mid x \notin B\}$.

משלים: תהיינה A,B קבוצות אזי $A^{\mathcal{C}} = \{x \in \mathcal{U} \mid x \notin A\}$.

הפרש סימטרי: תהיינה A,B קבוצות אזי $A \triangle B = (A \backslash B) \cup (B \backslash A)$.

טענה: תהיינה A,B,C קבוצות אזי

- $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$.
- $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$.
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.
- $A \cup B = B \cup A$.
- $A \cap B = B \cap A$.
- $(A \cup B)^{\mathcal{C}} = A^{\mathcal{C}} \cap B^{\mathcal{C}}$.
- $(A \cap B)^{\mathcal{C}} = A^{\mathcal{C}} \cup B^{\mathcal{C}}$.

משפט האינדוקציה: יהי $P(x)$ פרידיקט אזי $(P(0) \wedge (\forall n \in \mathbb{N}.P(n) \implies P(n+1))) \implies (\forall n \in \mathbb{N}.P(n))$.

עוצמה: תהא A קבוצה אזי $|A|$ היא כמות האיברים ב־A.

קבוצת החזקה: תהא A קבוצה אזי $\mathcal{P}(A) = \{B \mid B \subseteq A\}$.

הערה: תהא A קבוצה סופית אזי $|\mathcal{P}(A)| = 2^{|A|}$.

טענה: תהיינה A,B קבוצות אזי $(A \subseteq B) \iff (\mathcal{P}(A) \subseteq \mathcal{P}(B))$.

חיתוך מוכלל: תהא I קבוצה ותהא A_i קבוצה לכל $i \in I$ אזי $\bigcap_{i \in I} A_i = \{x \mid \forall i \in I.x \in A_i\}$.

איחוד מוכלל: תהא I קבוצה ותהא A_i קבוצה לכל $i \in I$ אזי $\bigcup_{i \in I} A_i = \{x \mid \exists i \in I.x \in A_i\}$.

סימון: תהא I קבוצה ותהא A_i קבוצה לכל $i \in I$ אזי $\bigcap \{A_i \mid i \in I\} = \bigcap_{i \in I} A_i$.

סימון: תהא I קבוצה ותהא A_i קבוצה לכל $i \in I$ אזי $\bigcup \{A_i \mid i \in I\} = \bigcup_{i \in I} A_i$.

סימון: תהא A_i קבוצה לכל $i \in \mathbb{N}$ אזי $\bigcap_{i=0}^{\infty} A_i = \bigcap_{i \in \mathbb{N}} A_i$.

סימון: תהא A_i קבוצה לכל $i \in \mathbb{N}$ אזי $\bigcup_{i=0}^{\infty} A_i = \bigcup_{i \in \mathbb{N}} A_i$.

ערך שלם תחתון: יהי $x \in \mathbb{R}$ אזי $\lfloor x \rfloor = \max(n \in \mathbb{Z} \mid n \leq x)$.

ערך שלם עליון: יהי $x \in \mathbb{R}$ אזי $\lceil x \rceil = \min(n \in \mathbb{Z} \mid x \leq n)$.

משפט: קיימת טענה $\phi(x)$ כך ש־$\{x \mid \phi(x)\}$ איננה קבוצה.

פרדוקס ראסל: הקבוצה $\{x \mid x \notin x\}$ איננה מוגדרת.

מסקנה: קבוצת כל הקבוצות איננה מוגדרת.

זוג סדור: יהיו x,y אזי $\langle x,y \rangle = \{\{x\}, \{x,y\}\}$.

טענה: יהיו a,b,c,d אזי $(\langle a,b \rangle = \langle c,d \rangle) \iff ((a = c) \wedge (b = d))$.

מכפלה קרטזית: תהיינה A,B קבוצות אזי $A \times B = \{\langle a,b \rangle \mid a \in A \wedge b \in B\}$.

סימון: תהא A קבוצה אזי $A^1 = A$.

חזקה: תהא A קבוצה אזי $A^{n}=A^{n-1}\times A$.

טענה: תהיינה A,B,C קבוצות אזי

- $A\times(B\cup C)=(A\times B)\cup(A\times C)$.
- $A\times(B\cap C)=(A\times B)\cap(A\times C)$.

איחוד זר: תהיינה A,B קבוצות עבורן $A\cap B=\varnothing$ אזי $A\uplus B=A\cup B$.

הערה: תהיינה $A_1\ldots A_n$ קבוצות סופיות אזי $|A_1\times\ldots\times A_n|=|A_1|\cdot\ldots\cdot|A_n|$.

המישור הממשי: יהי $n\in\mathbb{N}_+$ אזי $\mathbb{R}^n$.

יחס: תהיינה A,B קבוצות אזי $R\subseteq A\times B$.

הגדרה:

- $<_{\mathbb{N}}=\left\{\langle n,m\rangle\in\mathbb{N}^2\mid\exists k\in\mathbb{N}_+.n+k=m\right\}$.
- $\leq_{\mathbb{N}}=\left\{\langle n,m\rangle\in\mathbb{N}^2\mid\exists k\in\mathbb{N}.n+k=m\right\}$.
- $\mathrm{Id}_A=\{\langle n,n\rangle\mid\in A\}$.

סימון: תהיינה A,B קבוצות תהא $R\subseteq A\times B$ יהי $a\in A$ ויהי $b\in B$ אזי $(aRb)\Longleftrightarrow(\langle a,b\rangle\in R)$.

מקור/תחום: יהי $R\subseteq A\times B$ אזי $\mathrm{Dom}\,(R)=\{a\in A\mid\exists b\in B.aRb\}$.

תמונה: יהי $R\subseteq A\times B$ אזי $\mathrm{Im}\,(R)=\{b\in B\mid\exists a\in A.aRb\}$.

יחס הופכי: יהי $R\subseteq A\times B$ אזי $R^{-1}=\{\langle b,a\rangle\mid aRb\}$.

טענה: יהי $R\subseteq A\times B$ אזי $\left(R^{-1}\right)^{-1}=R$.

טענה: יהי $R\subseteq A\times B$ אזי $\mathrm{Dom}\left(R^{-1}\right)=\mathrm{Im}\,(R)$.

הרכבה: יהי $R\subseteq A\times B$ ויהי $S\subseteq B\times C$ אזי $S\circ R=\{\langle a,c\rangle\in A\times C\mid\exists b\in B.aRb\wedge bSc\}$.

טענה: תהא $R\subseteq A\times B$ ותהא $S\subseteq C\times A$ אזי $(R\circ S)^{-1}=S^{-1}\circ R^{-1}$.

טענה: תהא $R\subseteq A\times B$ אזי $R=R\circ\mathrm{Id}_A$.

טענה: תהא $R\subseteq A\times B$ אזי $R=\mathrm{Id}_B\circ R$.

יחס רפלקסיבי: יחס $R\subseteq A^2$ עבורו $\forall a\in A.aRa$.

יחס סימטרי: יחס $R\subseteq A^2$ עבורו $\forall a,b\in A.aRb\Longrightarrow bRa$.

יחס טרנזיטיבי: יחס $R\subseteq A^2$ עבורו $\forall a,b,c\in A.aRb\wedge bRc\Longrightarrow aRc$.

יחס שקילות: יחס $R\subseteq A^2$ באשר R רפלקסיבי סימטרי וטרנזיטיבי.

מחלק: יהיו $n,m\in\mathbb{Z}$ אזי $(n|m)\Longleftrightarrow(\exists k\in\mathbb{Z}.kn=m)$.

משפט חלוקה עם שארית: יהי $n\in\mathbb{Z}$ ויהי $m\in\mathbb{Z}\backslash\{0\}$ אזי קיים ויחיד $r\in\{0,\ldots,m\}$ וקיים ויחיד $q\in\mathbb{Z}$ עבורם $n=m\cdot q+r$.

טענה: יהי $R\subseteq A^2$ אזי

- (R רפלקסיבי)$\Longleftrightarrow$($\mathrm{Id}_A\subseteq R$).
- (R סימטרי)$\Longleftrightarrow$($R^{-1}=R$).
- (R טרנזיטיבי)$\Longleftrightarrow$($R\circ R\subseteq R$).

מחלקת שקילות: יהי $R\subseteq A^2$ יחס שקילות ויהי $x\in A$ אזי $[x]_R=\{y\in A\mid xRy\}$.

קבוצת מנה/מודולו: יהי $R\subseteq A^2$ יחס שקילות אזי $A/R=\{[x]_R\mid x\in A\}$.

טענה: יהי $R\subseteq A^2$ יחס שקילות ויהיו $a,b\in A$ אזי

- $([a]_R\cap[b]_R\neq\varnothing)\Longrightarrow[a]_R=[b]_R$.
- $(aRb)\Longleftrightarrow(b\in[a]_R)\Longleftrightarrow([a]_R=[b]_R)\Longleftrightarrow(a\in[b]_R)\Longleftrightarrow(bRa)$.
- $(\neg(aRb))\Longleftrightarrow([a]_R\cap[b]_R=\varnothing)$.

מערכת נציגים: יהי $R\subseteq A^2$ יחס שקילות אזי $C\subseteq A$ המקיימת $(\forall a,b\in C.\,[a]\cap[b]=\varnothing)\wedge(\forall a\in A.\exists b\in C.aRb)$.

חלוקה: תהא A קבוצה אזי $\Pi\subseteq\mathcal{P}(A)\setminus\{\varnothing\}$ עבורה $(\biguplus\Pi=A)\wedge(\forall X,Y\in\Pi.\,((X\neq Y)\Longrightarrow(X\cap Y=\varnothing)))$.

סימון: תהא A קבוצה יהי $k\in\mathbb{N}_+$ תהא $\langle a_1,\ldots,a_k\rangle\in A^k$ ויהי $i\in\{1,\ldots,k\}$ אזי $(\langle a_1,\ldots,a_k\rangle)_i=a_i$.

סימון: יהי $a\in\mathbb{N}^1$ אזי $\prod_{i=1}^{1}a_i=a_1$.

סימון: יהי $k\in\mathbb{N}_+$ ויהי $a\in\mathbb{N}^k$ אזי $\prod_{i=1}^{k}a_i=\left(\prod_{i=1}^{k-1}a_i\right)\cdot a_k$.

המשפט היסודי של האריתמטיקה: יהי $t\in\mathbb{N}_+$ אזי קיים ויחיד $k\in\mathbb{N}$ וקיים ויחיד $a\in\mathbb{P}^k$ עבורם $\prod_{i=1}^{k}a_i=t$.

משפט: לכל $n\in\mathbb{N}$ מתקיים $|\mathbb{P}|\geq n$.

טענת החלוקה המושרית מהיחס: תהא A קבוצה ויהי $R \subseteq A^2$ יחס שקילות אזי A/R חלוקה של A.

היחס המושרה מהחלוקה: תהא A קבוצה ותהא Π חלוקה של A אזי $R_\Pi = \biguplus_{X\in\Pi} X^2$.

טענה: תהא A קבוצה ותהא Π חלוקה של A אזי R_Π יחס שקילות מעל A.

משפט: תהא A קבוצה ויהי $S \subseteq A^2$ יחס שקילות אזי $R_{(A/S)} = S$.

משפט: תהא A קבוצה ותהא Π חלוקה של A אזי $A/R_\Pi = \Pi$.

יחס מלא: יחס $R \subseteq A \times B$ עבורו $\forall a \in A.\exists b \in B.aRb$.

פונקציה חלקית/יחס חד־ערכי (ח"ע): יחס $R \subseteq A \times B$ עבורו $\forall a \in A.\forall b_1, b_2 \in B.(((aRb_1) \wedge (aRb_2)) \Longrightarrow (b_1 = b_2))$.

סימון: יהי $f \subseteq A \times B$ יחס חד־ערכי יהי $a \in A$ ויהי $b \in B$ אזי $(afb) \iff (f(a) = b)$.

פונקציה: יחס $R \subseteq A \times B$ באשר R חד־ערכי ומלא.

הגדרה: תהיינה A, B קבוצות אזי $A \to B = \{f \in \mathcal{P}(A \times B) \mid \text{פונקציה } f\}$.

סימון: תהיינה A, B קבוצות אזי $A^B = A \to B$.

סימון: תהיינה A, B קבוצות אזי ${}^{B}A = A^B$.

הערה: תהיינה A, B קבוצות סופיות אזי $\left|A^B\right| = |A|^{|B|}$.

סימון: תהיינה A, B קבוצות ויהי $f \subseteq A \times B$ יחס אזי $(f \in A \to B) \iff (f : A \to B)$.

כתיב למבדא: תהיינה A, B קבוצות ותהא $f : A \to B$ אזי

- $(\lambda x \in A.f(x)) = \{\langle x, f(x)\rangle \mid x \in A\}$.
- יהי $a \in A$ אזי $(\lambda x \in A.f(x))(a) = f(a)$.

שיוויון פונקציות: תהיינה f, g פונקציות אזי $(f = g) \iff ((\mathrm{Dom}(f) = \mathrm{Dom}(g)) \wedge (\forall x \in \mathrm{Dom}(f).f(x) = g(x)))$.

תמונה: תהיינה A, B קבוצות תהא $f : A \to B$ יהי $a \in A$ ויהי $b \in B$ באשר $f(a) = b$ אזי b.

מקור: תהיינה A, B קבוצות תהא $f : A \to B$ יהי $a \in A$ ויהי $b \in B$ באשר $f(a) = b$ אזי a.

קבוצת התמונות: תהא $f : A \to B$ ותהא $X \subseteq A$ אזי $f[X] = \{f(a) \mid a \in X\}$.

קבוצת המקורות: תהא $f : A \to B$ ותהא $Y \subseteq B$ אזי $f^{-1}[Y] = \{a \in A \mid f(a) \in Y\}$.

טווח: תהיינה A, B קבוצות ותהא $f : A \to B$ אזי $\mathrm{Range}(f) = B$.

סימון: $f(a, b) = f(\langle a, b\rangle)$.

פונקציית curry: תהיינה A, B, C קבוצות אזי $\mathrm{curry} : C^{A \times B} \to \left(C^B\right)^A$ באשר $\mathrm{curry} = \lambda f \in C^{A \times B}.\lambda a \in A.\lambda b \in A.f(\langle a, b\rangle)$.

צמצום: תהא $f : A \to B$ ותהא $X \subseteq A$ אזי $f_{\restriction X} : X \to B$ באשר $f_{\restriction X} = \lambda x \in X.f(x)$.

משפט: תהא $f \in A \to B$ ותהא $g \in B \to C$ אזי $\forall a \in A.(g \circ f)(a) = g(f(a))$.

משפט: תהא $f \in A \to B$ ותהא $g \in B \to C$ אזי $g \circ f : A \to C$.

טענה: תהא $h : A \to B$ תהא $g : B \to C$ ותהא $f : C \to D$ אזי $f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h$.

פונקציה חד־חד־ערכית (חח"ע): פונקציה $f : A \to B$ עבורה $\forall a_1, a_2.(f(a_1) = f(a_2)) \Longrightarrow (a_1 = a_2)$.

פונקציה n־ערכית: פונקציה $f : A \to B$ עבורה $\forall b \in B.\left|f^{-1}[\{b\}]\right| = n$.

פונקציה על: פונקציה $f : A \to B$ עבורה $\forall b \in B.\exists a \in A.f(a) = b$.

משפט: תהא $f : A \to B$ אזי

- (f חח"ע)$\iff$(f^{-1} ח"ע).
- (f על)$\iff$(f^{-1} מלאה).
- (f חח"ע ועל)$\iff$($f^{-1} : B \to A$).

הפיכות: תהא $f : A \to B$ אזי

- הפיכה משמאל: $\exists g \in B \to A.g \circ f = Id_A$.
- הפיכה מימין: $\exists g \in B \to A.f \circ g = Id_B$.
- זיווג/הפיכה: f הפיכה מימין וכן הפיכה משמאל.

משפט: תהיינה $A, B \neq \varnothing$ ותהא $f : A \to B$ אזי

- (f חח"ע)$\iff$(f הפיכה משמאל). אקסיומת הבחירה
- (f על)$\iff$(f הפיכה מימין). אקסיומת הבחירה

מסקנה: תהיינה $A, B \neq \varnothing$ ותהא $f : A \to B$ אזי (f חח"ע ועל)$\iff$(f הפיכה). אקסיומת הבחירה

משפט: יהיו $A,B\neq\varnothing$ תהא $f:A\to B$ ותהיינה $g,h:B\to A$ עבורן $g\circ f=\mathrm{Id}_A$ וכן $h\circ f=\mathrm{Id}_A$ וכן $f\circ g=\mathrm{Id}_B$ וכן $f\circ h=\mathrm{Id}_B$ אזי $g=h$.

חלוקה למקרים: תהיינה A,B,C קבוצות יהי q פרידיקט תהא $f:A\to C$ ותהא $g:B\to C$ אזי $h:A\cup B\to C$ עבורה

- לכל $x\in A\cup B$ אם $q\left(x\right)$ אזי $x\in A$ וכן $h\left(x\right)=f\left(x\right)$.
- לכל $x\in A\cup B$ אם $\neg q\left(x\right)$ אזי $x\in B$ וכן $h\left(x\right)=g\left(x\right)$.

טענה: תהיינה A,B,C קבוצות יהי q פרידיקט תהא $f:A\to C$ ותהא $g:B\to C$ ותהיינה $h_1,h_2:A\cup B\to C$ חלוקות למקרים אזי $h_1=h_2$.

סימון: תהיינה A,B,C קבוצות יהי q פרידיקט תהא $f:A\to C$ ותהא $g:B\to C$ אזי $\lambda x\in A\cup.\begin{cases} f(x) & q(x)\\ g(x) & \text{else}\end{cases}$ חלוקה למקרים.

חלוקה למקרים: תהיינה $A_1\ldots A_n,C$ קבוצות יהיו $q_1\ldots q_{n-1}$ פרידיקטים ותהיינה $f_1\ldots f_n$ פונקציות באשר $f_i:A_i\to C$ לכל $i\in\{1,\ldots,n\}$ אזי $h:\bigcup_{i=1}^n A_i\to C$ עבורה

- לכל $x\in\bigcup_{i=1}^n A_i$ אם $q_i\left(x\right)\wedge\left(\forall j\in\{1,\ldots,i-1\}.\left(\neg q_j\left(x\right)\right)\right)$ אז $x\in A_i$ וכן $h\left(x\right)=f_i\left(x\right)$.
- לכל $x\in\bigcup_{i=1}^n A_i$ אם $\forall j\in\{1,\ldots,n-1\}.\left(\neg q_j\left(x\right)\right)$ אז $x\in A_n$ וכן $h\left(x\right)=f_n\left(x\right)$.

טענה: תהיינה $A_1\ldots A_n,C$ קבוצות יהיו $q_1\ldots q_{n-1}$ פרידיקטים תהיינה $f_1\ldots f_n$ פונקציות באשר $f_i:A_i\to C$ לכל $i\in\{1,\ldots,n\}$ ותהיינה $h_1,h_2:A\cup B\to C$ חלוקות למקרים אזי $h_1=h_2$.

סימון: תהיינה $A_1\ldots A_n,C$ קבוצות יהיו $q_1\ldots q_{n-1}$ פרידיקטים ותהיינה $f_1\ldots f_n$ פונקציות באשר $f_i:A_i\to C$ לכל $i\in\{1,\ldots,n\}$ אזי $\lambda x\in A\cup.\begin{cases} f_1(x) & q_1(x)\\ \vdots & \vdots\\ f_{n-1}(x) & q_{n-1}(x)\\ f_n(x) & \text{else}\end{cases}$ חלוקה למקרים.

הגדרה: תהיינה A,B קבוצות אזי

- $\left(|A|=|B|\right)\Longleftrightarrow$(קיימת $f:A\to B$ הפיכה).
- $\left(|A|\leq|B|\right)\Longleftrightarrow$(קיימת $f:A\to B$ חח"ע).

סימון: תהיינה A,B קבוצות אזי

- $\left(|A|\neq|B|\right)\Longleftrightarrow\left(\neg\left(|A|=|B|\right)\right)$.
- $\left(|A|<|B|\right)\Longleftrightarrow\left(\left(|A|\leq|B|\right)\wedge\left(|A|\neq|B|\right)\right)$.

טענה: תהא A קבוצה אזי $|A|=|A|$.

טענה: תהיינה A,B קבוצות עבורן $A\subseteq B$ אזי $|A|\leq|B|$.

טענה: תהיינה A,B קבוצות אזי$\left(|B|=|A|\right)\Longleftrightarrow\left(|A|=|B|\right)$.

טענה: תהיינה A,B,C קבוצות עבורן $|A|\leq|B|$ וכן $|B|\leq|C|$ אזי $|A|\leq|C|$.

משפט: תהיינה A,B קבוצות אזי $\left(|A|\leq|B|\right)\Longleftrightarrow$(קיימת $f:B\to A$ על). אקסיומת הבחירה

טענה: תהיינה A,A',B,B' קבוצות עבורן $|A|=|A'|$ וכן $|B|=|B'|$ אזי

- $|A\times B|=|A'\times B'|$.
- $|\mathcal{P}\left(A\right)|=|\mathcal{P}\left(A'\right)|$.
- $|A^B|=\left|\left(A'\right)^{B'}\right|$.
- $|A\uplus B|=|A'\uplus B'|$.

משפט קנטור ברנשטיין שרדר (קש"ב): תהיינה A,B קבוצות עבורן $|A|\leq|B|$ וכן $|B|\leq|A|$ אזי $|A|=|B|$.

סימון: $|\mathbb{N}|=\aleph_0$.

קבוצה בת־מנייה: קבוצה A עבורה $|A|=\aleph_0$.

קבוצה סופית: קבוצה A עבורה $\exists n\in\mathbb{N}.\,|A|=n$.

מסקנה: $|\mathbb{Q}|=|\mathbb{Z}|=|\mathbb{N}^n|=|\mathbb{N}_{even}|=|\mathbb{N}_{odd}|=\aleph_0$.

משפט: תהא A קבוצה אזי

- (A סופית)$\Longleftrightarrow\left(|A|<\aleph_0\right)$.
- (A אינסופית)$\Longleftrightarrow\left(\aleph_0\leq|A|\right)$. אקסיומת הבחירה
- (A אינסופית)$\Longleftrightarrow\left(\exists B\subset A.\,|A|=|B|\right)$. אקסיומת הבחירה

מסקנה: יהיו $n,m\in\mathbb{N}$ ותהיינה A,B קבוצות עבורן $|A|=n$ וכן $|B|=m$ אזי

- $\left(|A|\leq|B|\right)\Longleftrightarrow\left(n\leq_{\mathbb{N}}m\right)$.
- $\left(|A|=|B|\right)\Longleftrightarrow\left(n=_{\mathbb{N}}m\right)$.

- $(n <_{\mathbb{N}} m) \iff (|A| < |B|)$.

משפט איחוד לכל היותר בן־מנייה של קבוצות לכל היותר בנות־מנייה הוא לכל היותר בן־מנייה: תהא $\mathcal{A}$ קבוצה עבורה $|\mathcal{A}| \le \aleph_0$ וכן $\forall X \in \mathcal{A}. |X| \le \aleph_0$ אזי $|\bigcup \mathcal{A}| \le \aleph_0$. אקסיומת הבחירה

סימון: תהא $\mathbb{F} \subseteq \mathbb{C}$ אזי $\mathbb{F}_n [x] = \left\{\sum_{i=0}^{n} \alpha_i x^i \mid \forall i \in \mathbb{N}. \alpha_i \in \mathbb{F}\right\}$.

סימון: תהא $\mathbb{F} \subseteq \mathbb{C}$ אזי $\mathbb{F}[x] = \bigcup_{n=0}^{\infty} \mathbb{F}_n [x]$.

מספר אלגברי: מספר $a \in \mathbb{R}$ עבורו $\exists p \in \mathbb{Z}[x] . p(a) = 0$.

מסקנה: יהי $q \in \mathbb{Q}$ אזי q מספר אלגברי.

משפט: יהי $p \in \mathbb{R}[x]$ עבורו $\exists a \in \mathbb{R}. p(a) \neq 0$ אזי $|\{x \in \mathbb{R} \mid p(x) = 0\}| \le \deg(p)$.

טענה: $|\mathbb{Z}[x]| = \aleph_0$.

משפט האלכסון של קנטור: $\aleph_0 < |\mathbb{N} \to \{0,1\}|$.

סימון: תהא A קבוצה אזי $2^{|A|} = |A \to \{0,1\}|$.

משפט: תהא A קבוצה אזי $2^{|A|} = |\mathcal{P}(A)|$.

עוצמת הרצף: $|\mathbb{R}| = \aleph = \mathfrak{c}$.

קבוצה מעוצמת הרצף: קבוצה A עבורה $|A| = \aleph$.

משפט: $\aleph = |\mathcal{P}(\mathbb{N})| = |\mathbb{R}^n| = |\mathbb{N} \to \{0,1\}|$.

מסקנה: $\aleph = 2^{\aleph_0}$.

פונקציית האינדיקטור: תהא A קבוצה אזי $\chi = \lambda B \in \mathcal{P}(A) . \lambda a \in A. \left\{\begin{smallmatrix} 1 & a \in B \\ 0 & \text{else} \end{smallmatrix}\right.$.

סימון: תהא A קבוצה ותהא $B \in \mathcal{P}(A)$ אזי $\chi_B^A = \chi(A)(B)$.

סימון: $\mathbb{1} = \chi$.

משפט קנטור: תהא A קבוצה אזי $|A| < |\mathcal{P}(A)|$.

מסקנה: יש אינסוף עוצמות אינסופיות.

משפט: תהא A קבוצה באשר $\aleph_0 \le |A|$ אזי $|A^n| = |A|$.

משפט: יהיו $a, b \in \mathbb{R}$ באשר $a < b$ אזי $|(a,b)| = |[a,b)| = |(a,b]| = |[a,b]| = 2^{\aleph_0}$.

השערת הרצף: $\neg(\exists a. \aleph_0 < a < \aleph)$. זוהי לא טענה

משפט: ב־ZFC לא ניתן להוכיח ולא ניתן להפריך את השערת הרצף.

משפט אי השלמות הראשון של גדל: בכל מערכת אקסיומות T אם T מספיק איכותית כדי לתאר את $\mathbb{N}$ אז קיימת טענה α כך ש־T לא מוכיחה את α וגם T לא מוכיחה את $\neg\alpha$.

חשבון עוצמות: תהיינה A, B קבוצות אזי

- $|A| + |B| = |A \times \{0\} \uplus B \times \{1\}|$.
- $|A| \cdot |B| = |A \times B|$.
- $|A|^{|B|} = |B \to A|$.

טענה: תהיינה κ, λ, μ עוצמות אזי

- אסוציטיביות: $\kappa + (\lambda + \mu) = (\kappa + \lambda) + \mu$ וכן $(\kappa \cdot \lambda) \cdot c = \kappa \cdot (\lambda \cdot c)$.
- חילופיות: $\kappa + \lambda = \lambda + \kappa$ וכן $\kappa \cdot \lambda = \lambda \cdot \kappa$.
- חוק הפילוג והקיבוץ: $\kappa \cdot (\lambda + \mu) = \kappa \cdot \lambda + \kappa \cdot \mu$.
- יהי $n \in \mathbb{N}_+$ אזי $\kappa \cdot n = \sum_{i=1}^{n} \kappa$.

משפט: תהיינה $\kappa, \lambda, \mu, \nu$ עוצמות עבורן $\kappa \le \lambda$ וכן $\mu \le \nu$ אזי

- $\kappa + \mu \le \lambda + \nu$.
- $\kappa \cdot \mu \le \lambda \cdot \nu$.
- $\kappa^{\mu} \le \lambda^{\nu}$.

משפט: יהי $n \in \mathbb{N}_+$ אזי

- $\aleph_0 + n = \aleph_0$.
- $\aleph_0 \cdot n = \aleph_0$.
- $\aleph + n = \aleph$.
- $\aleph \cdot n = \aleph$.

משפט: תהיינה κ,λ עוצמות אינסופית אזי $\kappa\cdot\lambda=\max\left(\kappa,\lambda\right)$.

משפט: יהיו κ,λ עוצמות אינסופית אזי $\kappa+\lambda=\max\left(\kappa,\lambda\right)$.

מסקנה:

- $\aleph_0+\aleph_0=\aleph_0$.
- $\aleph_0\cdot\aleph_0=\aleph_0$.
- $\aleph+\aleph=\aleph$.
- $\aleph\cdot\aleph=\aleph$.
- $\aleph_0+\aleph=\aleph$.
- $\aleph_0\cdot\aleph=\aleph$.

משפט: תהיינה κ,λ,μ עוצמות אזי

- $\kappa^{\lambda+\mu}=\kappa^{\lambda}\cdot\kappa^{\mu}$.
- $\left(\kappa^{\lambda}\right)^{\mu}=\kappa^{\lambda\cdot\mu}$.
- $\left(\kappa\cdot\lambda\right)^{\mu}=\kappa^{\mu}\cdot\lambda^{\mu}$.

מסקנה: תהא κ עוצמה באשר $\kappa\geq\aleph_0$ ויהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $\kappa+n=\kappa$.

מסקנה: $|\mathbb{R}\backslash\mathbb{Q}|=\aleph$.

מסקנה: $\mathbb{R}\backslash\mathbb{Q}$ צפופה ב־$\mathbb{R}$.

יחס אנטי סימטרי חלש: יחס $R\subseteq A^2$ עבורו $\forall a,b\in A.\left(\left(aRb\wedge bRa\right)\Longrightarrow\left(a=b\right)\right)$.

יחס אנטי סימטרי חזק: יחס $R\subseteq A^2$ עבורו $\forall a,b\in A.\left(aRb\Longrightarrow\left(\neg bRa\right)\right)$.

יחס אנטי רפלקסיבי: יחס $R\subseteq A^2$ עבורו $\forall a\in A.\left(\neg aRa\right)$.

יחס סדר חלש: יחס $R\subseteq A^2$ באשר R רפלקסיבי אנטי סימטרי חלש וטרנזיטיבי.

יחס סדר חזק: יחס $R\subseteq A^2$ באשר R אנטי רפלקסיבי אנטי סימטרי חזק וטרנזיטיבי.

טענה: יהי $R\subseteq A^2$ יחס אזי (R אנטי סימטרי חזק)$\Longleftrightarrow$(R אנטי סימטרי חלש אנטי רפלקסיבי).

מסקנה: יהי $R\subseteq A^2$ יחס סדר חזק אזי $R\cup\mathrm{Id}_A$ יחס סדר חלש.

מסקנה: יהי $R\subseteq A^2$ יחס סדר חלש אזי $R\backslash\mathrm{Id}_A$ יחס סדר חזק.

הערה: תהא A קבוצה ויהי $R\subseteq A^2$ יחס אזי $\langle A,R\rangle$ מסמן את היחס R על A.

היחס המילוני: תהא A קבוצה יהי $\prec$ יחס סדר חזק על A ויהיו $x,y,z,w\in A$ אזי $\left(\langle x,y\rangle\prec_{\mathrm{Lex}}\langle z,w\rangle\right)\Longleftrightarrow\left(\left(x\prec z\right)\vee\left(\left(x=z\right)\wedge\left(y\prec w\right)\right)\right)$.

טענה: תהא A קבוצה ויהי $\prec$ יחס סדר חזק על A אזי $\prec_{\mathrm{Lex}}$ יחס סדר חזק.

יחס השליטה בכל מקום: תהיינה $f,g:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ אזי $\left(f\leq g\right)\Longleftrightarrow\left(\forall n\in\mathbb{N}.f\left(n\right)\leq g\left(n\right)\right)$.

טענה: $\langle\mathbb{N}\to\mathbb{N},\leq\rangle$ יחס סדר חלש.

יחס השליטה כמעט בכל מקום: תהיינה $f,g:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ אזי $\left(f<^{*}g\right)\Longleftrightarrow\left(\exists N\in\mathbb{N}.\forall n\geq N.f\left(n\right)<g\left(n\right)\right)$.

טענה: $\langle\mathbb{N}\to\mathbb{N},<^{*}\rangle$ יחס סדר חזק.

יחס קווי/טוטלי/לינארי: יחס $R\subseteq A^2$ עבורו $\forall a,b\in A.\left(\left(aRb\right)\vee\left(bRa\right)\vee\left(a=b\right)\right)$.

איבר מקסימלי/מירבי: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^2$ יחס ותהא $X\subseteq A$ אזי $x\in X$ עבורו $\forall y\in X.\left(\left(\neg\left(xRy\right)\right)\vee\left(y=x\right)\right)$.

מקסימום: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^2$ יחס ותהא $X\subseteq A$ אזי $x\in X$ עבורו $\forall y\in X.\left(\left(yRx\right)\vee\left(y=x\right)\right)$.

טענה: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^2$ יחס תהא $X\subseteq A$ ויהיו $x,y\in X$ מקסימומים של X אזי $x=y$.

סימון: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^2$ יחס תהא $X\subseteq A$ ויהי $x\in X$ המקסימום של X אזי $\max_R\left(X\right)=x$.

איבר מינימלי: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^2$ יחס ותהא $X\subseteq A$ אזי $x\in X$ עבורו $\forall y\in X.\left(\left(\neg\left(yRx\right)\right)\vee\left(y=x\right)\right)$.

מינימום: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^2$ יחס ותהא $X\subseteq A$ אזי $x\in X$ עבורו $\forall y\in X.\left(\left(xRy\right)\vee\left(y=x\right)\right)$.

טענה: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^2$ יחס תהא $X\subseteq A$ ויהיו $x,y\in X$ מינימומים של X אזי $x=y$.

סימון: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^2$ יחס תהא $X\subseteq A$ ויהי $x\in X$ המינימום של X אזי $\min_R\left(X\right)=x$.

חסם עליון/מלעיל: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^2$ יחס ותהא $X\subseteq A$ אזי $a\in A$ עבורו $\forall x\in X.\left(\left(yRa\right)\vee\left(y=x\right)\right)$.

סופרמום: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^2$ יחס ותהא $X\subseteq A$ אזי $a\in A$ חסם מלעיל של X עבורו לכל $b\in A$ חסם מלעיל מתקיים $\left(aRb\right)\vee\left(a=b\right)$.

טענה: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^2$ יחס תהא $X\subseteq A$ ויהיו $x,y\in X$ סופרמומים של X אזי $x=y$.

סימון: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^{2}$ יחס תהא $X\subseteq A$ ויהי $x\in X$ הסופרמום של X אזי $\sup_{R}\left(X\right)=x$.

חסם תחתון/מלרע: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^{2}$ יחס ותהא $X\subseteq A$ אזי $a\in A$ עבורו $\forall x\in X.\left(\left(aRy\right)\vee\left(y=x\right)\right)$.

אינפימום: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^{2}$ יחס ותהא $X\subseteq A$ אזי $a\in A$ חסם מלרע של X עבורו לכל $b\in A$ חסם מלרע מתקיים $\left(bRa\right)\vee\left(a=b\right)$.

טענה: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^{2}$ יחס תהא $X\subseteq A$ ויהיו $x,y\in X$ אינפימומים של X אזי $x=y$.

סימון: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^{2}$ יחס תהא $X\subseteq A$ ויהי $x\in X$ האינפימום של X אזי $\inf_{R}\left(X\right)=x$.

משפט שלמות הממשיים: תהא $X\subseteq\mathbb{R}$ באשר $X\neq\varnothing$ אזי

- (קיים ל־X חסם מלעיל)$\Longleftarrow$(קיים ל־X סופרמום).
- (קיים ל־X חסם מלרע)$\Longleftarrow$(קיים ל־X אינפימום).

הומומורפיזם/פונקציה שומרת סדר: יהיו $\left\langle A,R\right\rangle ,\left\langle B,S\right\rangle$ יחסים אזי פונקציה $f:A\to B$ עבורה $\forall a,b\in A.\left(\left(aRb\right)\Longleftrightarrow\left(f\left(a\right)Sf\left(b\right)\right)\right)$.

טענה: יהיו $\left\langle A,R\right\rangle ,\left\langle B,S\right\rangle ,\left\langle C,T\right\rangle$ יחסים תהא $f:A\to B$ פונקציה שומרת סדר ותהא $g:B\to C$ פונקציה שומרת סדר אזי $g\circ f$ פונקציה שומרת סדר.

איזומורפיזם: יהיו $\left\langle A,R\right\rangle ,\left\langle B,S\right\rangle$ יחסים אזי פונקציה $f:A\to B$ באשר f הומומורפיזם וזיווג.

סימון: יהיו $\left\langle A,R\right\rangle ,\left\langle B,S\right\rangle$ יחסים עבום קיים איזומורפיזם $f:A\to B$ אזי $\left\langle A,R\right\rangle \cong\left\langle B,S\right\rangle$.

יחס סדר טוב: יחס $\left\langle A,R\right\rangle$ עבורו R יחס סדר חזק קווי וכן לכל $\varnothing\neq X\subseteq A$ קיים מינימום.

אינדוקציה טרנספיניטית: יהי $\left\langle A,R\right\rangle$ יחס סדר טוב ויהי $P\left(x\right)$ פרדיקט אזי $\left(P\left(\min\left(A\right)\right)\wedge\left(\forall a,b\in A.\left(P\left(a\right)\wedge aRb\right)\Longrightarrow P\left(b\right)\right)\right)\Longrightarrow\left(\forall a\in A.P\left(a\right)\right)$.

קבוצה טרנזיטיבית: קבוצה A עבורה $\forall B\in A.\forall x\in B.x\in A$.

סודר: קבוצה α עבורה α טרנזיטיביות וכן $\left\langle \alpha,\in\right\rangle$ יחס סדר טוב.

סודר עוקב: יהי α סודר אזי $S\left(\alpha\right)=\alpha\cup\left\{ \alpha\right\}$.

טענה: יהי α סודר אזי $S\left(\alpha\right)$ סודר.

מסקנה: יהי α סודר אזי $\alpha\in S\left(\alpha\right)$.

סודר גבולי: סודר α עבורו לכל סודר β מתקיים $S\left(\beta\right)\neq\alpha$.

סימון: $0=\varnothing$.

סימון: $n+1=S\left(n\right)$.

סודר סופי: סודר α עבורו קיים $n\in\mathbb{N}$ המקיים $\alpha=n$.

סימון: $\omega=\mathbb{N}$.

טענה: ω סודר גבולי.

טיפוס סדר: יהי $\left\langle A,R\right\rangle$ יחס סדר טוב אזי סודר α עבורו $\left\langle \alpha,\in\right\rangle \cong\left\langle A,R\right\rangle$.

טענה: יהי $\left\langle A,R\right\rangle$ יחס סדר טוב ויהיו α,β טיפוסי סדר אזי $\left\langle \alpha,\in\right\rangle \cong\left\langle \beta,\in\right\rangle$.

סימון: יהי $\left\langle A,R\right\rangle$ יחס סדר טוב אזי טיפוס הסדר של $\left\langle A,R\right\rangle$ הוא $\mathrm{ord}\left(A,R\right)$.

טענה: תהא A קבוצה של סודרים אזי $\bigcap A$ סודר.

טענה: תהא A קבוצה של סודרים אזי $\min_{\subseteq}\left(A\right)=\bigcap A$.

עוצמה: תהא A קבוצה אזי $\left|A\right|=\min_{\subseteq}\left\{ \mathrm{ord}\left(A,R\right)\mid A\text{ יחס סדר טוב על }R\right\}$.

הגדרה אקסיומת הבחירה: $\forall A.\left(\forall X\in A.X\neq\varnothing\right)\Longrightarrow\left(\exists F:A\to\bigcup A.\forall X\in A.F\left(X\right)\in X\right)$. זוהי לא טענה

הגדרה עיקרון הסדר הטוב: לכל קבוצה A קיים סדר טוב R על A. זוהי לא טענה

קבוצות חופפות בחלקים: קבוצות $X,Y\subseteq\mathbb{R}^{n}$ עבורן קיימות $X_{1},\ldots X_{k},Y_{1},\ldots,Y_{k}\subseteq\mathbb{R}^{n}$ באשר $X=X_{1}\uplus\ldots\uplus X_{k}$ וכן $Y=Y_{1}\uplus\ldots\uplus Y_{k}$ וקיימות איזומטריות $\varphi_{1},\ldots,\varphi_{k}$ עבורן $\forall1\leq j\leq k.Y_{j}=\varphi_{j}X_{j}$.

הגדרה פרדוקס בנך טרסקי: תהיינה $X,Y\subseteq\mathbb{R}^{n}$ חסומות עבורן $\mathrm{int}\left(X\right),\mathrm{int}\left(Y\right)\neq\varnothing$ אזי X,Y חופפות בחלקים. זוהי לא טענה

טענה: (אקסיומת הבחירה)$\equiv$(עיקרון הסדר הטוב)$\equiv$(פרדוקס בנך טרסקי).

כדור: יהי $n\in\mathbb{N}_{+}$ תהא $a\in\mathbb{R}^{n}$ ויהי $r>0$ אזי $B_{r}^{n}\left(a\right)=\left\{ x\in\mathbb{R}^{n}\mid\sum_{i=1}^{n}\left(x_{i}-a_{i}\right)^{2}<r^{2}\right\}$.

מסקנה: (אקסיומת הבחירה)$\Longleftarrow$($B_{1}^{3}\left(0\right),B_{2}^{3}\left(0\right)$ חופפות בחלקים).

שרשרת: יהי $\left\langle \Sigma,R\right\rangle$ יחס אזי $C\subseteq\Sigma$ עבורה $\left\langle C,R\right\rangle$ יחס לינארי.

הגדרה הלמה של צורן: יהי $\langle\Sigma,R\rangle$ יחס סדר באשר $\Sigma\neq\varnothing$ וכן לכל שרשרת $X\subseteq\Sigma$ יש חסם עליון אזי קיים איבר מקסימלי ב־Σ.
זוהי לא טענה

טענה: (אקסיומת הבחירה)$\equiv$(הלמה של צורן).

מסקנה: (אקסיומת הבחירה)$\Longleftarrow$($\forall A,B.\left(\left(|A|\le|B|\right)\vee\left(|B|\le|A|\right)\right)$).