מערכת מעברים מסומנת (LTS): יהי Σ אלפבית ותהא V קבוצה אזי $\Delta \subseteq V \times \Sigma \times V$.

גרפים מסומנים: יהי Σ אלפבית ותהא V קבוצה אזי $\text{LabelledGraph}\left(V\right) = \left\{\left(G, f\right) \mid \left(G \in \text{Graph}\left(V\right)\right) \wedge \left(f : E\left(G\right) \to \Sigma\right)\right\}$.

טענה: יהי Σ אלפבית תהא V קבוצה ונגדיר $\Psi : \text{LabelledGraph}\left(V\right) \to \text{LTS}$ כך $\Psi\left(G, f\right) = \left\{\left(v, f\left(v, u\right), u\right) \mid \left(v, u\right) \in E\left(G\right)\right\}$ אזי Ψ הפיכה.

סימון: יהי Σ אלפבית תהא V קבוצה תהא Δ מערכת מעברים מסומנת ויהי $\left(v, \sigma, u\right) \in \Delta$ אזי $v \xrightarrow{\sigma} u$.

מצבים של מערכת מעברים מסומנת: תהא Δ מערכת מעברים מסומנת אזי $Q_\Delta = \left\{u \in V \mid \exists \delta \in \Delta. \left(\delta_1 = u\right) \vee \left(\delta_3 = u\right)\right\}$.

הערה: מכאן והלאה נניח כי הקבוצה עליה מערכת מעברים מסומנת מוגדרת היא קבוצת המצבים שלה.

מערכת מעברים מסומנת דטרמיניסטית: מערכת מעברים מסומנת Δ המקיימת $\left|\left\{u \in Q \mid v \xrightarrow{\sigma} u\right\}\right| \le 1$ לכל $v \in Q$ ולכל $\sigma \in \Sigma$.

מערכת מעברים מסומנת שלמה: מערכת מעברים מסומנת Δ המקיימת $\left|\left\{u \in Q \mid v \xrightarrow{\sigma} u\right\}\right| \ge 1$ לכל $v \in Q$ ולכל $\sigma \in \Sigma$.

ריצה/מסלול: תהא Δ מערכת מעברים מסומנת אזי $\rho \in Q \times \left(\Sigma \times Q\right)^n$ המקיימת $\left(\rho_i, \rho_{i+1}, \rho_{i+2}\right) \in \Delta$ לכל $i \in [2n] \cap \mathbb{N}_{\text{odd}}$.

הטלה של ריצה על קבוצת המצבים: תהא Δ מערכת מעברים מסומנת ותהא $\rho \in Q \times \left(\Sigma \times Q\right)^n$ ריצה אזי $\pi_Q\left(\rho\right) \in Q^{n+1}$ המקיימת $\pi_Q\left(\rho\right)_i = \rho_{2i-1}$ לכל $i \in [n+1]$.

הטלה של ריצה על האלפבית: תהא Δ מערכת מעברים מסומנת ותהא $\rho \in Q \times \left(\Sigma \times Q\right)^n$ ריצה אזי $\pi_\Sigma\left(\rho\right) \in \Sigma^n$ המקיימת $\pi_\Sigma\left(\rho\right)_i = \rho_{2i}$ לכל $i \in [n]$.

ריצה על מחרוזת: תהא Δ מערכת מעברים מסומנת ותהא $w \in \Sigma^*$ אזי ריצה ρ המקיימת $\pi_\Sigma\left(\rho\right) = w$.

אוטומט סופי: יהי Σ אלפבית תהא Δ מערכת מעברים מסומנת באשר $|\Delta| < \aleph_0$ ותהיינה $S, F \subseteq Q$ אזי $\left(Q, \Sigma, \Delta, S, F\right)$.

ריצה מתקבלת על ידי אוטומט סופי: יהי $\mathcal{A}$ אוטומט סופי אזי ריצה ρ של $\Delta_\mathcal{A}$ המקיימת $\rho_1 \in S_\mathcal{A}$ וכן $\rho_{\text{len}(\rho)} \in F_\mathcal{A}$.

מחרוזת מתקבלת על ידי אוטומט סופי: יהי $\mathcal{A}$ אוטומט סופי אזי $w \in \Sigma_\mathcal{A}$ עבורו קיימת ריצה ρ על w באשר ρ מתקבלת.

שפה של אוטומט סופי: יהי $\mathcal{A}$ אוטומט סופי אזי $\text{Lan}\left(\mathcal{A}\right) = \left\{w \in \Sigma_\mathcal{A} \mid \mathcal{A} \text{ מתקבלת על ידי } w\right\}$.

אוטומטים סופיים שקולים: אוטומטיים סופיים $\mathcal{A}, \mathcal{B}$ המקיימים $\text{Lan}\left(\mathcal{A}\right) = \text{Lan}\left(\mathcal{B}\right)$.

אוטומט סופי דטרמיניסטי (אס״ד/DFA): אוטומט סופי $\mathcal{A}$ המקיים $|S_\mathcal{A}| = 1$ וכן $\Delta_\mathcal{A}$ דטרמיניסטית.

אוטומט סופי לא־דטרמיניסטי (אסל״ד/NFA): אוטומט סופי $\mathcal{A}$ באשר $\mathcal{A}$ אינו דטרמיניסטי.

מודלים שקולים: מודליי חישוב M, N עבורם לכל שפה L מתקיים (קיים $\mathcal{M}$ מסוג M עבורו $\text{Lan}\left(\mathcal{M}\right) = L$)$\Longleftrightarrow$(קיים $\mathcal{N}$ מסוג N עבורו $\text{Lan}\left(\mathcal{N}\right) = L$).

טענה: אסל״ד ואס״ד הינם מודלים שקולים.

משפט: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי קיימת שפה L המקיימת

- קיים אסל״ד $\mathcal{N}$ בעל $\mathcal{O}\left(n\right)$ מצבים עבורו $\text{Lan}\left(\mathcal{N}\right) = L$.
- לכל אס״ד $\mathcal{D}$ המקיים $\text{Lan}\left(\mathcal{N}\right) = L$ מתקיים כי $\mathcal{D}$ בעל $\Omega\left(2^n\right)$ מצבים.

שפה רגולרית: יהי Σ אלפבית אזי $L \subseteq \Sigma^*$ עבורה קיים אוטומט סופי $\mathcal{A}$ המקיים $\text{Lan}\left(\mathcal{A}\right) = L$.

משפט:
- תהיינה L_1, L_2 שפות רגולריות אזי $L_1 \cup L_2$ רגולרית.
- תהיינה L_1, L_2 שפות רגולריות אזי $L_1 \cap L_2$ רגולרית.
- יהיו Σ_1, Σ_2 אלפביתים תהא $f : \Sigma_1 \to \Sigma_2$ ותהא L שפה רגולרית מעל Σ_1 אזי $f\left(L\right)$ רגולרית.
- יהיו Σ_1, Σ_2 אלפביתים ותהא L שפה רגולרית מעל $\Sigma_1 \times \Sigma_2$ אזי $\pi_1\left(L\right), \pi_2\left(L\right)$ רגולריות.
- תהא L שפה רגולרית אזי $\text{co}L$ רגולרית.

משפט:
- קיים אלגוריתם A עבורו לכל אוטומטים סופיים $\mathcal{A}, \mathcal{B}$ מתקיים כי $A\left(\mathcal{A}, \mathcal{B}\right)$ אוטומט סופי וכן $\text{Lan}\left(A\left(\mathcal{A}, \mathcal{B}\right)\right) = \text{Lan}\left(\mathcal{A}\right) \cup \text{Lan}\left(\mathcal{B}\right)$ וכן $A\left(\mathcal{A}, \mathcal{B}\right)$ בעלת $|Q_\mathcal{A}| + |Q_\mathcal{B}|$ מצבים.
- קיים אלגוריתם A עבורו לכל אוטומטים סופיים $\mathcal{A}, \mathcal{B}$ מתקיים כי $A\left(\mathcal{A}, \mathcal{B}\right)$ אוטומט סופי וכן $\text{Lan}\left(A\left(\mathcal{A}, \mathcal{B}\right)\right) = \text{Lan}\left(\mathcal{A}\right) \cap \text{Lan}\left(\mathcal{B}\right)$ וכן $A\left(\mathcal{A}, \mathcal{B}\right)$ בעלת $|Q_\mathcal{A}| \cdot |Q_\mathcal{B}|$ מצבים.
- יהיו Σ_1, Σ_2 אלפביתים תהא $f : \Sigma_1 \to \Sigma_2$ אזי קיים אלגוריתם A עבורו לכל אוטומט סופי $\mathcal{A}$ מעל Σ_1 מתקיים כי $A\left(\mathcal{A}\right)$ אוטומט סופי מעל Σ_2 וכן $\text{Lan}\left(A\left(\mathcal{A}\right)\right) = \text{Lan}\left(f\left(\mathcal{A}\right)\right)$.
- קיים אלגוריתם A עבורו לכל אוטומט סופי $\mathcal{A}$ מתקיים כי $A\left(\mathcal{A}\right)$ אוטומט סופי וכן $\text{Lan}\left(A\left(\mathcal{A}\right)\right) = \text{Lan}\left(\text{co}\mathcal{A}\right)$.

טענה: קיימת שפה L עבורה לכל אוטומט סופי $\mathcal{A}$ באשר $\text{Lan}\left(\mathcal{A}\right) = \text{co}L$ מתקיים כי $\mathcal{A}$ בעלת $2^{\min\left\{|Q_\mathcal{B}| \mid \text{Lan}(\mathcal{B}) = L\right\}}$ מצבים.

ω־ריצה: תהא Δ מערכת מעברים מסומנת אזי $\rho \in \left(Q \times \Sigma\right)^\omega$ המקיימת $\left(\rho_i, \rho_{i+1}, \rho_{i+2}\right) \in \Delta$ לכל $i \in \mathbb{N}_{\text{odd}}$.

הטלה של ω־ריצה על קבוצת המצבים: תהא Δ מערכת מעברים מסומנת ותהא ρ ω־ריצה אזי $\pi_Q\left(\rho\right) \in Q^\omega$ המקיימת $\pi_Q\left(\rho\right)_i = \rho_{2i-1}$ לכל $i \in \mathbb{N}_+$.

הטלה של ω־ריצה על האלפבית: תהא Δ מערכת מעברים מסומנת ותהא ρ ω־ריצה אזי $\pi_\Sigma(\rho) \in \Sigma^\omega$ המקיימת $\pi_\Sigma(\rho)_i = \rho_{2i}$ לכל $i \in \mathbb{N}_+$.

ω־ריצה על מחרוזת: תהא Δ מערכת מעברים מסומנת ותהא $s \in \Sigma^\omega$ אזי ω־ריצה ρ המקיימת $\pi_\Sigma(\rho) = s$.

אוטומט Büchi: יהי Σ אלפבית תהא Δ מערכת מעברים מסומנת באשר $|\Delta| < \aleph_0$ ותהיינה $S, F \subseteq Q$ אזי $(Q, \Sigma, \Delta, S, F)$.

ω־ריצה מתקבלת על ידי אוטומט Büchi: יהי $\mathcal{A}$ אוטומט Büchi אזי ω־ריצה ρ של $\Delta_\mathcal{A}$ המקיימת $\rho_1 \in S_\mathcal{A}$ וכן $|\{i \in \mathbb{N}_+ \mid \rho_i \in F_\mathcal{A}\}| = \aleph_0$.

מחרוזת מתקבלת על ידי אוטומט Büchi: יהי $\mathcal{A}$ אוטומט Büchi אזי $w \in \Sigma_\mathcal{A}^\omega$ עבורו קיימת ω־ריצה ρ על w באשר ρ מתקבלת.

שפה של אוטומט Büchi: יהי $\mathcal{A}$ אוטומט Büchi אזי $\text{Lan}(\mathcal{A}) = \{w \in \Sigma_\mathcal{A}^\omega \mid \mathcal{A} \text{ מתקבלת על ידי } w\}$.

אוטומטי Büchi שקולים: אוטומטי Büchi $\mathcal{A}, \mathcal{B}$ המקיימים $\text{Lan}(\mathcal{A}) = \text{Lan}(\mathcal{B})$.

אוטומט Büchi דטרמיניסטי (DBA): אוטומט Büchi $\mathcal{A}$ המקיים $|S_\mathcal{A}| = 1$ וכן $\Delta_\mathcal{A}$ דטרמיניסטית.

אוטומט Büchi לא־דטרמיניסטי (NBA): אוטומט Büchi $\mathcal{A}$ באשר $\mathcal{A}$ אינו דטרמיניסטי.

הגדרה: $L_{\text{fin},a} = \left\{w \in \{a,b\}^\omega \;\middle|\; \left|w^{-1}[\{a\}]\right| < \aleph_0\right\}$.

טענה: קיים אבל"ד $\mathcal{N}$ המקיים $\text{Lan}(\mathcal{N}) = L_{\text{fin},a}$.

טענה: לא קיים אב"ד $\mathcal{D}$ המקיים $\text{Lan}(\mathcal{D}) = L_{\text{fin},a}$.

אוטומט Muller: יהי Σ אלפבית תהא Δ מערכת מעברים מסומנת באשר $|\Delta| < \aleph_0$ תהא $S \subseteq Q$ ותהא $\mathfrak{J} \subseteq 2^Q$ אזי $(Q, \Sigma, \Delta, S, \mathfrak{J})$.

הגדרה: יהי $\mathcal{A}$ אוטומט Muller ותהא ρ ω־ריצה אזי $\text{Inf}(\rho) = \left\{q \in Q_\mathcal{A} \mid \left|\rho^{-1}[\{q\}]\right| = \aleph_0\right\}$.

ω־ריצה מתקבלת על ידי אוטומט Muller: יהי $\mathcal{A}$ אוטומט Muller אזי ω־ריצה ρ של $\Delta_\mathcal{A}$ המקיימת $\rho_1 \in S_\mathcal{A}$ וכן $\text{Inf}(\rho) \in \mathfrak{J}_\mathcal{A}$.

מחרוזת מתקבלת על ידי אוטומט Muller: יהי $\mathcal{A}$ אוטומט Muller אזי $w \in \Sigma_\mathcal{A}^\omega$ עבורו קיימת ω־ריצה ρ על w באשר ρ מתקבלת.

שפה של אוטומט Muller: יהי $\mathcal{A}$ אוטומט Muller אזי $\text{Lan}(\mathcal{A}) = \{w \in \Sigma_\mathcal{A}^\omega \mid \mathcal{A} \text{ מתקבלת על ידי } w\}$.

אוטומטי Muller שקולים: אוטומטי Muller $\mathcal{A}, \mathcal{B}$ המקיימים $\text{Lan}(\mathcal{A}) = \text{Lan}(\mathcal{B})$.

אוטומט Muller דטרמיניסטי (DMA): אוטומט Muller $\mathcal{A}$ המקיים $|S_\mathcal{A}| = 1$ וכן $\Delta_\mathcal{A}$ דטרמיניסטית.

אוטומט Muller לא־דטרמיניסטי (NMA): אוטומט Muller $\mathcal{A}$ באשר $\mathcal{A}$ אינו דטרמיניסטי.

בעיית הריקנות: $\text{Emp} = \{\langle\mathcal{A}\rangle \mid (\mathcal{A} \text{ אוטומט Büchi}) \wedge (\text{Lan}(\mathcal{A}) = \varnothing)\}$.

טענה: קיים אלגוריתם דטרמיניסטי המכריע את Emp בעל סיבוכיות ריצה $\text{poly}(n)$ וסיבוכיות מקום $\text{poly}(n)$.

טענה: קיים אלגוריתם לא־דטרמיניסטי המכריע את Emp בעל סיבוכיות ריצה $\text{poly}(n)$ וסיבוכיות מקום $\mathcal{O}\left(\log^2(n)\right)$.

מחרוזת מחזורית החל ממקום מסויים: מחרוזת $s \in \Sigma^\omega$ עבורה קיימים $p, N \in \mathbb{N}$ המקיימים $s(i) = s(i+p)$ לכל $i > N$.

הגדרה: יהי Σ אלפבית אזי $\text{UP} = \{s \in \Sigma^\omega \mid \text{מחזורית החל ממקום מסויים } s\}$.

משפט: יהי $\mathcal{A}$ אוטומט Büchi באשר $\text{Lan}(\mathcal{A}) \neq \varnothing$ אזי $\text{UP} \cap \text{Lan}(\mathcal{A}) \neq \varnothing$.

בעיית האוניברסיליות: $\text{Uni} = \{\langle\mathcal{A}\rangle \mid (\mathcal{A} \text{ אוטומט Büchi}) \wedge (\text{Lan}(\mathcal{A}) = \Sigma^\omega)\}$.

בעיית ההכלה: $\text{Inc} = \{\langle\mathcal{A}, \mathcal{B}\rangle \mid (\mathcal{A}, \mathcal{B} \text{ אוטומטי Büchi}) \wedge (\text{Lan}(\mathcal{A}) \subseteq \text{Lan}(\mathcal{B}))\}$.

משפט: Uni, Inc הינן PSPACE־שלמות.

מתמר/Transducer: יהיו Σ, Π אלפביתים תהא Δ מערכת מעברים מסומנת שלמה ודטרמיניסטית מעל Σ יהי $s \in Q_\Delta$ ותהא $O : \Delta \to \Pi$ אזי $(Q_\Delta, \Sigma, \Pi, \Delta, s, O)$.

סימון: יהי $(Q_\Delta, \Sigma, \Pi, \Delta, s, O)$ מתמר יהיו $q, p \in Q_\Delta$ יהי $a \in \Sigma$ באשר $q \xrightarrow{a} p$ ויהי $b \in \Pi$ באשר $O(q,a,p) = b$ אזי $q \xrightarrow{a/b} p$.

מתמר סופי: מתמר T המקיים $|\Delta_T| < \aleph_0$.

פונקציה מושרית ממתמר: יהי T מתמר יהי $w \in \Sigma_T^\omega$ ותהא ρ ω־ריצה על w באשר $\rho_1 = s_T$ אזי נגדיר $f : \Sigma_T^\omega \to \Pi_T^\omega$ כך $(f(w))_n = O_T(\rho_{2n-1}, \rho_{2n}, \rho_{2n+1})$ לכל $n \in \mathbb{N}_+$.

הערה: יהי T מתמר ותהא $f : \Sigma_T^\omega \to \Pi_T^\omega$ הפונקציה המושרית מ־T אזי נסמן את f בתור T.

פונקציה סיבתית/Causal function: יהיו Σ, Π אלפבתים אזי $f : \Sigma^\omega \to \Pi^\omega$ עבורה קיימת $g : \Sigma^* \to \Pi$ המקיימת $(f(a))_t = g(a_1 \ldots a_t)$ לכל $a \in \Sigma^\omega$ ולכל $t \in \mathbb{N}_+$.

פונקציה סיבתית ממש: יהיו Σ, Π אלפבתים אזי $f : \Sigma^\omega \to \Pi^\omega$ עבורה קיימת $g : \Sigma^* \to \Pi$ המקיימת $(f(a))_t = g(a_1 \ldots a_{t-1})$ לכל $a \in \Sigma^\omega$ ולכל $t \in \mathbb{N}_+$.

טענה: יהי T מתמר אזי T סיבתית.

מתמר נקודתי: מתמר T המקיים $|Q_T| = 1$.

מתמר מחשב פונקציה: יהיו Σ, Π אלפבתים ותהא $f : \Sigma_T^\omega \to \Pi_T^\omega$ אזי מתמר T המקיים $T = f$.

הגדרה: יהי Σ אלפבית ויהי $b \in \Sigma$ אזי נגדיר $\text{Delay}^b : \Sigma^\omega \to \Sigma^\omega$ כך $\text{Delay}^b(w) = bw$.

טענה: יהי Σ אלפבית ויהי $b \in \Sigma$ אזי Delay^b פונקציה סיבתית ממש.

טענה: יהי Σ אלפבית ויהי $b \in \Sigma$ אזי Delay^b חשיבה על ידי מתמר סופי.

טענה: יהיו Σ, Π אלפבתים ותהא $f : \Sigma^\omega \to \Pi^\omega$ סיבתית אזי (f חשיבה על ידי מתמר סופי)$\Longleftrightarrow$(לכל $b \in \Pi$ מתקיים כי $\bigcup_{i=1}^{\omega} \{(a_1 \ldots a_i) \mid (f(a))_i = b\}$ רגולרית).

טענה: יהי T מתמר אזי (T סיבתית ממש)$\Longleftrightarrow$(לכל $q \in Q_T$ מתקיים $\left|\left\{\pi \in \Pi_T \mid \exists p \in Q_T . \exists \sigma \in \Sigma_T . \left(q \xrightarrow{\sigma / \pi} p\right)\right\}\right| = 1$).

רשת מתמרים/Net of transducers: יהיו $\Sigma_1 \ldots \Sigma_{n+1}$ אלפבתים ויהיו $T_1 \ldots T_n$ מתמרים באשר $T_i : \Sigma_i^\omega \to \Sigma_{i+1}^\omega$ לכל $i \in [n]$ אזי $T_n \circ \ldots \circ T_1$.

טענה: יהיו Σ, Π אלפבתים ותהא $f : \Sigma^\omega \to \Pi^\omega$ אזי (f חשיבה על ידי מתמר סופי)$\Longleftrightarrow$(קיימת רשת של מתמרים המורכבת ממתמרים נקודתיים ו־Delay המחשבת את f).

תנאי Rabin: תהיינה $F_1 \ldots F_n, G_1 \ldots G_n \subseteq Q$ אזי נגדיר $\mathfrak{J}_{\text{Rabin}} = \{P \subseteq Q \mid \exists i \in [n] . (P \cap F_i \neq \varnothing) \wedge (P \cap G_i = \varnothing)\}$.

אוטומט Rabin: יהי Σ אלפבית תהא Δ מערכת מעברים מסומנת באשר $|\Delta| < \aleph_0$ ותהיינה $S, F_1 \ldots F_n, G_1 \ldots G_n \subseteq Q$ אזי אוטומט Muller $(Q, \Sigma, \Delta, S, \mathfrak{J}_{\text{Rabin}})$.

אוטומט Rabin דטרמיניסטי (DRA): אוטומט Rabin $\mathcal{A}$ המקיים $|S_{\mathcal{A}}| = 1$ וכן $\Delta_{\mathcal{A}}$ דטרמיניסטית.

אוטומט Rabin לא־דטרמיניסטי (NRA): אוטומט Rabin $\mathcal{A}$ באשר $\mathcal{A}$ אינו דטרמיניסטי.

תנאי Street: תהיינה $F_1 \ldots F_n, G_1 \ldots G_n \subseteq Q$ אזי נגדיר $\mathfrak{J}_{\text{Street}} = \{P \subseteq Q \mid \forall i \in [n] . (P \cap F_i = \varnothing) \vee (P \cap G_i \neq \varnothing)\}$.

אוטומט Street: יהי Σ אלפבית תהא Δ מערכת מעברים מסומנת באשר $|\Delta| < \aleph_0$ ותהיינה $S, F_1 \ldots F_n, G_1 \ldots G_n \subseteq Q$ אזי אוטומט Muller $(Q, \Sigma, \Delta, S, \mathfrak{J}_{\text{Street}})$.

אוטומט Street דטרמיניסטי (DSA): אוטומט Street $\mathcal{A}$ המקיים $|S_{\mathcal{A}}| = 1$ וכן $\Delta_{\mathcal{A}}$ דטרמיניסטית.

אוטומט Street לא־דטרמיניסטי (NSA): אוטומט Street $\mathcal{A}$ באשר $\mathcal{A}$ אינו דטרמיניסטי.

גליליזציה/Cylindrification: תהיינה A, B קבוצות ותהא $S \subseteq A$ אזי $\text{Cyl}_B(S) = S \times B$.

משפט:
- תהיינה L_1, L_2 שפות המתקבלות על ידי NBA אזי $L_1 \cup L_2$ מתקבלת על ידי NBA.
- תהיינה L_1, L_2 שפות המתקבלות על ידי NBA אזי $L_1 \cap L_2$ מתקבלת על ידי NBA.
- יהיו Σ_1, Σ_2 אלפביתים ותהא L שפה מעל $\Sigma_1 \times \Sigma_2$ המתקבלת על ידי NBA אזי $\pi_1(L), \pi_2(L)$ מתקבלות על ידי NBA.
- יהיו Σ_1, Σ_2 אלפביתים ותהא L שפה מעל Σ_1 המתקבלת על ידי NBA אזי $\text{Cyl}_{\Sigma_2^*}(L)$ מתקבלת על ידי NBA.

משפט: $\text{NBA}, \text{NRA}, \text{NSA}, \text{NMA}$ הינם מודלים שקולים.

ענף: יהי α סודר ויהי T עץ מכוון אזי סדרה $\langle v_i \in V(T) \mid i < \alpha \rangle$ המקיימת $(v_i, v_{i+1}) \in E(T)$ לכל $i < \alpha$.

למה קוניג: יהי T עץ מכוון באשר $|V(T)| \geq \aleph_0$ אזי אחד מהבאים מתקיים
- קיים $v \in V(T)$ המקיים $\deg^+(v) \geq \aleph_0$.
- קיים ענף באורך ω ב־T.

תחילית של ω־מחרוזת: יהי Σ אלפבית ותהא $v \in \Sigma^\omega$ אזי $\text{Prefix}(v) = \{v([n]) \mid n \in \mathbb{N}\}$.

הגדרה: יהי $\mathcal{A}$ אוטומט Büchi ותהא $\alpha \in \Sigma_{\mathcal{A}}^\omega$ אזי $V_{\text{CF}} = \bigcup \{\text{Prefix}(\pi_Q(\rho)) \mid \alpha \text{ הינה } \omega\text{־ריצה על } \rho\}$.

הגדרה: יהי $\mathcal{A}$ אוטומט Büchi ותהא $\alpha \in \Sigma_{\mathcal{A}}^\omega$ אזי $E_{\text{CF}} = \left\{(\rho, r) \in V_{\text{CF}}^2 \mid (\text{len}(r) = \text{len}(\rho) + 1) \wedge \left(\rho_{\text{len}(\rho)-1} \xrightarrow{\alpha_{\text{len}(\rho)-1}} r_{\text{len}(\rho)}\right)\right\}$.

יער חישוב של אוטומט Büchi: יהי $\mathcal{A}$ אוטומט Büchi ותהא $\alpha \in \Sigma_{\mathcal{A}}^\omega$ אזי $\text{CF}_{\alpha, \mathcal{A}} = (V_{\text{CF}}, E_{\text{CF}})$.

טענה: יהי $\mathcal{A}$ אוטומט Büchi ותהא $\alpha \in \Sigma_{\mathcal{A}}^\omega$ אזי ($\alpha \in \text{Lan}(\mathcal{A})$)$\Longleftrightarrow$(קיים ענף b של $\text{CF}_{\alpha, \mathcal{A}}$ המקיים $\text{Inf}(b) \cap F_{\mathcal{A}} \neq \varnothing$).

הגדרה: יהי $\mathcal{A}$ אוטומט Büchi ותהא $\alpha \in \Sigma_{\mathcal{A}}^\omega$ אזי $Q_0^{\text{Dag}} = S$ וכן $Q_{n+1}^{\text{Dag}} = \{q \in Q \mid \exists p \in Q_n . (p, \alpha_{n+1}, q) \in \Delta\}$ לכל $n \in \mathbb{N}_+$.

הגדרה: יהי $\mathcal{A}$ אוטומט Büchi ותהא $\alpha \in \Sigma_{\mathcal{A}}^\omega$ אזי $V_{\text{Dag}} = \bigcup_{i=1}^{\omega} \left(Q_i^{\text{Dag}} \times \{i\}\right)$.

הגדרה: יהי $\mathcal{A}$ אוטומט Büchi ותהא $\alpha \in \Sigma_{\mathcal{A}}^\omega$ אזי $E_{\text{Dag}} = \left\{((q, \ell), (p, n)) \in V_{\text{Dag}}^2 \mid (n = \ell + 1) \wedge \left(q \xrightarrow{\alpha_n} p\right)\right\}$.

גרף מכוון אציקלי חישובי של אוטומט Büchi: יהי $\mathcal{A}$ אוטומט Büchi ותהא $\alpha \in \Sigma_{\mathcal{A}}^\omega$ אזי $\text{Dag}_{\alpha, \mathcal{A}} = (V_{\text{Dag}}, E_{\text{Dag}})$.

טענה: יהי $\mathcal{A}$ אוטומט Büchi ויהי $\alpha \in \Sigma_{\mathcal{A}}^\omega$ אזי $\text{Dag}_{\alpha, \mathcal{A}}$ גרף מכוון אציקלי.

רמה בעץ: יהי T עץ ויהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $\text{Level}_T(n) = \{v \in V(T) \mid n \text{ ברמה } v\}$.

יער צר: תהא X קבוצה יהי T יער ותהא $f : V(T) \to X$ המקיימת כי $f_{\restriction_{\text{Level}_T(n)}}$ חח"ע לכל $n \in \mathbb{N}$ אזי (T, f).

קוד של יער צר: תהא X קבוצה ויהי (T, f) יער X־צר אזי נגדיר $c \in (X \to X)^\omega$ כך $c_n(q) = f\left(\text{child}\left(f_{\restriction_{\text{Level}_T(n)}}^{-1}(q)\right)\right)$.

טענה: יהי $\mathcal{A}$ NBA אזי קיים מתמר T בעל $|Q_{\mathcal{A}}|!$ מצבים עבורו לכל $\alpha \in \Sigma_{\mathcal{A}}^{\omega}$ מתקיים כי $T(\alpha)$ הינו קוד של יער $|Q_{\mathcal{A}}|$־צר המקיים $T(\alpha) \leq \mathrm{CF}_{\alpha,\mathcal{A}}$ וכן ($\alpha \in \mathrm{Lan}(\mathcal{A})$)$\Longleftrightarrow$(קיים ענף b של $T(\alpha)$ עבורו b מתקבל על ידי $\mathcal{A}$).

למה: יהי $\mathcal{A}$ NBA אזי קיים DBA $\mathcal{D}$ מעל $(Q_{\mathcal{A}} \to Q_{\mathcal{A}})^{\omega}$ בעל $4^{|Q_{\mathcal{A}}|}$ מצבים עבורו לכל יער $|Q_{\mathcal{A}}|$־צר T המקיים $T \leq \mathrm{CF}_{\alpha,\mathcal{A}}$ מתקיים ($\mathcal{D}$ מקבל את הקוד של T)$\Longleftrightarrow$(לכל ענף b של T מתקיים $b \cap F_{\mathcal{A}} = \varnothing$).

למה: יהי $\mathcal{A}$ NBA אזי קיים NBA $\mathcal{N}$ מעל $(Q_{\mathcal{A}} \to Q_{\mathcal{A}})^{\omega}$ בעל $\mathcal{O}\left(4^{|Q_{\mathcal{A}}|}\right)$ מצבים עבורו לכל יער $|Q_{\mathcal{A}}|$־צר T המקיים $T \leq \mathrm{CF}_{\alpha,\mathcal{A}}$ מתקיים ($\mathcal{N}$ מקבל את הקוד של T)$\Longleftrightarrow$(לכל ענף b של T מתקיים כי b לא מתקבל על ידי $\mathcal{A}$).

משפט: תהא L שפה המתקבלת על ידי NBA בעל n מצבים אזי קיים NBA בעל $\mathcal{O}(n! \cdot 4^n)$ מצבים המקבל את $\mathrm{co}L$.

מסקנה משפט Büchi: תהא L שפה המתקבלת על ידי NBA אזי $\mathrm{co}L$ מתקבלת על ידי NBA.

מסקנה משפט ספרא: תהא L שפה המתקבלת על ידי NBA בעל n מצבים אזי קיים NBA בעל $n^{\mathcal{O}(n)}$ מצבים המקבל את $\mathrm{co}L$.

משפט ספרא: יהי $n \in \mathbb{N}_+$ אזי קיימת שפה L המתקבלת על ידי NBA בעל n מצבים עבורה כל NBA המקבל את $\mathrm{co}L$ הינו בעל $n^{\mathcal{O}(n)}$ מצבים.

אוטומט Büchi מוכלל (GBA): יהי Σ אלפבית תהא Δ מערכת מעברים מסומנת באשר $|\Delta| < \aleph_0$ תהא $S \subseteq Q$ ותהא $\mathfrak{J} \subseteq 2^Q$ אזי $(Q, \Sigma, \Delta, S, \mathfrak{J})$.

ω־ריצה מתקבלת על ידי אוטומט Büchi מוכלל: יהי $\mathcal{A}$ אוטומט Büchi מוכלל אזי ω־ריצה ρ של $\Delta_{\mathcal{A}}$ המקיימת $\rho_1 \in S_{\mathcal{A}}$ וכן $\mathrm{Inf}(\rho) \cap F \neq \varnothing$ לכל $F \in \mathfrak{J}_{\mathcal{A}}$.

מחרוזת מתקבלת על ידי אוטומט Büchi מוכלל: יהי $\mathcal{A}$ אוטומט Büchi מוכלל אזי $w \in \Sigma_{\mathcal{A}}^{\omega}$ עבורו קיימת ω־ריצה ρ על w באשר ρ מתקבלת.

שפה של אוטומט Büchi מוכלל: יהי $\mathcal{A}$ אוטומט Büchi מוכלל אזי $\mathrm{Lan}(\mathcal{A}) = \{w \in \Sigma_{\mathcal{A}}^{\omega} \mid \text{מתקבלת על ידי } \mathcal{A} \text{ } w\}$.

טענה: תהא L שפה המתקבלת על ידי GBA אזי $\mathrm{co}L$ מתקבלת על ידי GBA.

ביטוי רגולרי: יהי Σ אלפבית אזי

- $\varnothing$.
- יהי $a \in \Sigma \backslash \{\varepsilon\}$ אזי a.
- יהיו R_1, R_2 ביטויים רגולריים אזי $R_1 \cup R_2$.
- יהיו R_1, R_2 ביטויים רגולריים אזי $R_1 \| R_2$.
- יהי R ביטוי רגולרי אזי R^*.

שפה נוצרת מביטוי רגולרי: יהי Σ אלפבית אזי

- $\mathrm{Lan}(\varnothing) = \varnothing$.
- יהי $a \in \Sigma \backslash \{\varepsilon\}$ אזי $\mathrm{Lan}(a) = \{a\}$.
- יהיו R_1, R_2 ביטויים רגולריים אזי $\mathrm{Lan}(R_1 \cup R_2) = \mathrm{Lan}(R_1) \cup \mathrm{Lan}(R_2)$.
- יהיו R_1, R_2 ביטויים רגולריים אזי $\mathrm{Lan}(R_1 \| R_2) = \mathrm{Lan}(R_1) \| \mathrm{Lan}(R_2)$.
- יהי R ביטוי רגולרי אזי $\mathrm{Lan}(R^*) = \mathrm{Lan}(R)^*$.

משפט: יהי Σ אלפבית ותהא $L \subseteq \Sigma^*$ שפה אזי (L רגולרית)$\Longleftrightarrow$(קיים ביטוי רגולרי R עבורו $\mathrm{Lan}(R) = L$).

שפה ω־רגולרית: יהי Σ אלפבית אזי $L \subseteq \Sigma^{\omega}$ עבורה קיים NBA $\mathcal{A}$ המקיים $\mathrm{Lan}(\mathcal{A}) = L$.

ביטוי ω־רגולרי: יהי Σ אלפבית אזי

- יהי R ביטוי רגולרי אזי R^{ω}.
- יהי R ביטוי רגולרי ויהי E ביטוי ω־רגולרי אזי $R \| E$.
- יהיו E_1, E_2 ביטויים ω־רגולריים אזי $E_1 \cup E_2$.

שפה נוצרת מביטוי ω־רגולרי: יהי Σ אלפבית אזי

- יהי R ביטוי רגולרי אזי $\mathrm{Lan}(R^{\omega}) = \mathrm{Lan}(R)^{\omega}$.
- יהי R ביטוי רגולרי ויהי E ביטוי ω־רגולרי אזי $\mathrm{Lan}(R \| E) = \mathrm{Lan}(R) \| \mathrm{Lan}(E)$.
- יהיו E_1, E_2 ביטויים ω־רגולריים אזי $\mathrm{Lan}(E_1 \cup E_2) = \mathrm{Lan}(E_1) \cup \mathrm{Lan}(E_2)$.

משפט: יהי Σ אלפבית ותהא $L \subseteq \Sigma^{\omega}$ שפה אזי (L הינה ω־רגולרית)$\Longleftrightarrow$(קיים ביטוי ω־רגולרי E עבורו $\mathrm{Lan}(E) = L$).

סופית של ω־מחרוזת: יהי Σ אלפבית ותהא $v \in \Sigma^{\omega}$ אזי $\mathrm{Suffix}(v) = \{v(\mathbb{N}_{\geq n}) \mid n \in \mathbb{N}\}$.

פקטור של ω־מחרוזת: יהי Σ אלפבית ותהא $v \in \Sigma^{\omega}$ אזי $\mathrm{Factor}(v) = \bigcup_{w \in \mathrm{Prefix}(v)} \mathrm{Suffix}(w)$.

טענה: יהי Σ אלפבית ותהיינה $L, \mathcal{L} \subseteq \Sigma^{\omega}$ שפות ω־רגולריות באשר $L \cap \mathrm{UP} = \mathcal{L} \cap \mathrm{UP}$ אזי $L = \mathcal{L}$.

אינדוקציה מבנית: תהא Σ קבוצה תהא $B \subseteq \Sigma^*$ ותהא $F \subseteq \bigcup_{n=0}^{\infty} ((\Sigma^*)^n \to \Sigma^*)$ אזי $\text{Ind}(B,F) = \min_{\subseteq} \{X \subseteq \Sigma^* \mid (B \subseteq X) \wedge (\forall f \in F : f(X \cap \text{Dom}(f)) \subseteq X)\}$.

מילון: יהי Σ אלפבית תהא $C \subseteq \Sigma$ תהא $R \subseteq \bigcup_{n=0}^{\infty} \mathcal{P}(\Sigma^n)$ ותהא $F \subseteq \bigcup_{n=0}^{\infty} (\Sigma^n \to \Sigma)$ אזי (C,R,F).

סימני קבוע במילון: יהי (C,R,F) מילון אזי C.

סימני יחס במילון: יהי (C,R,F) מילון אזי R.

סימני פונקציה במילון: יהי (C,R,F) מילון אזי F.

מבנה של מילון: יהי (C,R,F) מילון תהא $D \neq \varnothing$ קבוצה תהא $\mathcal{C} : C \to D$ תהא $\mathcal{R} : R \to \mathcal{P}(D^*)$ המקיימת $\mathcal{R}(r) \subseteq D^n$ לכל $n \in \mathbb{N}$ ולכל $r \subseteq \Sigma^n$ תהא $\mathcal{F} : F \to \bigcup_{n=1}^{\infty} (D^n \to D)$ המקיימת $\mathcal{F}(f) \in D^n \to D$ לכל $n \in \mathbb{N}$ ולכל $f \in \Sigma^n \to \Sigma$ אזי $(D,\mathcal{C},\mathcal{R},\mathcal{F})$.

תחום של מבנה: יהי σ מילון ויהי $(D,\mathcal{C},\mathcal{R},\mathcal{F})$ מבנה על σ אזי $\text{Dom}(D,\mathcal{C},\mathcal{R},\mathcal{F}) = D$.

סימון: יהי σ מילון ויהי M מבנה על σ אזי

- לכל $c \in \sigma_C$ מתקיים $c^M = M_{\mathcal{C}}(c)$.
- לכל $r \in \sigma_R$ מתקיים $r^M = M_{\mathcal{R}}(r)$.
- לכל $f \in \sigma_F$ מתקיים $f^M = M_{\mathcal{F}}(f)$.

פירוש של סימנים במילון על ידי מבנה: יהי σ מילון ויהי $(D,\mathcal{C},\mathcal{R},\mathcal{F})$ מבנה אזי $(\mathcal{C},\mathcal{R},\mathcal{F})$.

לוגיקה מסדר ראשון: יהי Σ אלפבית ויהי σ מילון אזי $(\{x_i \mid i \in \mathbb{N}\}, \{"(", ")"\}, \{\neg, \vee, \wedge, \Longrightarrow\}, \{\forall, \exists\}, \sigma)$.

משתנים בלוגיקה מסדר ראשון: תהא (V,P,C,A,σ) לוגיקה מסדר ראשון אזי V.

סימני עזר בלוגיקה מסדר ראשון: תהא (V,P,C,A,σ) לוגיקה מסדר ראשון אזי P.

קשרים בוליאניים בלוגיקה מסדר ראשון: תהא (V,P,C,A,σ) לוגיקה מסדר ראשון אזי C.

כמתים בלוגיקה מסדר ראשון: תהא (V,P,C,A,σ) לוגיקה מסדר ראשון אזי A.

סיגנטורה של לוגיקה מסדר ראשון: תהא (V,P,C,A,σ) לוגיקה מסדר ראשון אזי σ.

שמות עצם של לוגיקה מסדר ראשון: תהא L לוגיקה מסדר ראשון אזי $\text{Ind}(V_L \cup C_{\sigma_L}, F_{\sigma_L})$.

נוסחאות אטומיות של לוגיקה מסדר ראשון: תהא L לוגיקה מסדר ראשון אזי $\{P(t_1 \ldots t_n) \mid (P \in R_{\sigma_L}) \wedge (\text{שמות עצם } t_1 \ldots t_n)\}$.

סימון: תהא L לוגיקה אזי $\text{AFormula}(L) = \{\varphi \mid L\text{-נוסחה אטומית ב} \ \varphi\}$

הגדרה: תהא L לוגיקה מסדר ראשון יהי $x \in V_L$ ותהא $\varphi \in \text{Ind}(\text{AFormula}(L), C_L)$ אזי

- $\forall(\varphi,x) = "\forall x\alpha"$.
- $\exists(\varphi,x) = "\exists x\alpha"$.

נוסחאות של לוגיקה מסדר ראשון: תהא L לוגיקה מסדר ראשון אזי $\text{Ind}(\text{AFormula}(L), C_L \cup A_L)$.

סימון: תהא L לוגיקה אזי $\text{Formula}(L) = \{\varphi \mid L\text{-נוסחה ב} \ \varphi\}$.

השמה של לוגיקה מסדר ראשון: תהא L לוגיקה מסדר ראשון ויהי M מבנה על σ_L אזי $v : V_L \to \text{Dom}(M)$.

לוגיקה מסדר שני: יהי Σ אלפבית ויהי σ מילון אזי $(\{x_i \mid i \in \mathbb{N}\}, \{X_i \mid i \in \mathbb{N}\}, \{f_i \mid i \in \mathbb{N}\}, \{"(", ")"\}, \{\neg, \vee, \wedge, \Longrightarrow\}, \{\forall, \exists\}, \sigma)$.

משתנה יחיד בלוגיקה מסדר שני: תהא (V,S,F,P,C,A,σ) לוגיקה מסדר שני אזי V.

משתנה יחס בלוגיקה מסדר שני: תהא (V,S,F,P,C,A,σ) לוגיקה מסדר שני אזי S.

משתנה פונקציה בלוגיקה מסדר שני: תהא (V,S,F,P,C,A,σ) לוגיקה מסדר שני אזי F.

סימני עזר בלוגיקה מסדר שני: תהא (V,S,F,P,C,A,σ) לוגיקה מסדר שני אזי P.

קשרים בוליאניים בלוגיקה מסדר שני: תהא (V,S,F,P,C,A,σ) לוגיקה מסדר שני אזי C.

כמתים בלוגיקה מסדר שני: תהא (V,S,F,P,C,A,σ) לוגיקה מסדר שני אזי A.

סיגנטורה של לוגיקה מסדר שני: תהא (V,S,F,P,C,A,σ) לוגיקה מסדר שני אזי σ.

שמות עצם של לוגיקה מסדר שני: תהא L לוגיקה מסדר שני אזי $\text{Ind}(V_L \cup C_{\sigma_L}, F_L \cup F_{\sigma_L})$.

נוסחאות אטומיות של לוגיקה מסדר שני: תהא L לוגיקה מסדר שני אזי $\{P(t_1 \ldots t_n) \mid (P \in R_{\sigma_L} \cup S_L) \wedge (\text{שמות עצם } t_1 \ldots t_n)\}$.

הגדרה: תהא L לוגיקה מסדר שני יהי $v \in V_L \cup S_L \cup F_L$ ותהא $\varphi \in \text{Ind}(\text{AFormula}(L), C_L)$ אזי

- $\forall(\varphi,v) = "\forall v\alpha"$.
- $\exists(\varphi,v) = "\exists v\alpha"$.

נוסחאות של לוגיקה מסדר שני: תהא L לוגיקה מסדר שני אזי $\text{Ind}(\text{AFormula}(L), C_L \cup A_L)$.

השמה של לוגיקה מסדר שני: תהא L לוגיקה מסדר שני יהי M מבנה על σ_L תהא $v_V : V_L \to \text{Dom}\left(M\right)$ תהא $v_S : S_L \to \bigcup_{i=1}^{\infty} \mathcal{P}\left(\text{Dom}\left(M\right)^n\right)$ ותהא $v_F : F_L \to \bigcup_{n=1}^{\infty} \left(\text{Dom}\left(M\right)^n \to \text{Dom}\left(M\right)\right)$ אזי $\left(v_V, v_S, v_F\right)$.

הערה: לכל משתנה יחס ולכל משתנה פונקציה נשייך מספר טבעי המתאר את מספר הקלטים המתאימים.

מילון של לוגיקה מונאדית: יהי Σ אלפבית ותהא $P \subseteq \mathcal{P}\left(\Sigma\right)$ אזי $\left(\varnothing, P \cup \left\{<, =\right\}, \varnothing\right)$.

מבנה של מילון של לוגיקה מונאדית מסדר ראשון: יהי σ מילון של לוגיקה מונאדית תהא $\mathcal{T} \neq \varnothing$ קבוצה יהי $<_{\mathcal{T}}$ יחס סדר חזק לינארי מעל $\mathcal{T}$ ותהא $\mathcal{I} : \sigma \to \mathcal{P}\left(\mathcal{T}^*\right)$ המקיימת

- לכל $p \in P_\sigma$ מתקיים $\mathcal{I}\left(p\right) \in \mathcal{P}\left(\mathcal{T}\right)$.
- $\mathcal{I}\left(=\right) = \text{Id}_{\mathcal{T}}$ וכן $\mathcal{I}\left(<\right) = <_{\mathcal{T}}$.

אזי $\left(\mathcal{T}, <_{\mathcal{T}}, \mathcal{I}\right)$.

לוגיקה מונאדית מסדר ראשון (FOMLO): לוגיקה מסדר ראשון מצויידת עם מילון של לוגיקה מונאדית.

השמה של לוגיקה מונאדית מסדר ראשון: תהא L לוגיקה מונאדית מסדר ראשון ויהי $\mathcal{M}$ מבנה של σ_L אזי $v : V_L \to \mathcal{T}_{\mathcal{M}}$.

מבנה מחרוזת: יהי Σ אלפבית תהא L FOMLO באשר $P_{\sigma_L} = \left\{P_\ell \mid \ell \in \Sigma\right\}$ תהא $s \in \Sigma^*$ ונגדיר $\mathcal{I} : P_{\sigma_L} \to \mathcal{P}\left(\mathcal{T}\right)$ כך $\mathcal{I}\left(P_\ell\right) = \left\{i \in \left\{1, \ldots, \text{len}\left(s\right)\right\} \mid s_i = \ell\right\}$ אזי $\left(\left\{1, \ldots, \text{len}\left(s\right)\right\}, <_{\mathbb{N}}, \mathcal{I}\right)$.

סימון: יהי Σ אלפבית תהא L FOMLO באשר $P_{\sigma_L} = \left\{P_\ell \mid \ell \in \Sigma\right\}$ תהא $s \in \Sigma^*$ ויהי $\mathcal{M}$ מבנה מחרוזת של s אזי $s = \mathcal{M}$.

שפה של נוסחה בלוגיקה מונאדית מסדר ראשון: יהי Σ אלפבית תהא L FOMLO באשר $P_{\sigma_L} = \left\{P_\ell \mid \ell \in \Sigma\right\}$ ויהי φ פסוק מעל L אזי $\text{Lan}\left(\varphi\right) = \left\{s \in \Sigma^* \mid s \vDash \varphi\right\}$.

שפה גדירה בלוגיקה מונאדית מסדר ראשון: יהי Σ אלפבית אזי שפה $\mathcal{L} \subseteq \Sigma^*$ עבורה קיימת FOMLO L המקיימת $P_{\sigma_L} = \left\{P_\ell \mid \ell \in \Sigma\right\}$ וכן קיים פסוק φ מעל L המקיים $\text{Lan}\left(\varphi\right) = \mathcal{L}$.

מילון של לוגיקה מונאדית מסדר ראשון עם סוכר תחבירי: יהי Σ אלפבית ותהא $P \subseteq \mathcal{P}\left(\Sigma\right)$ אזי $\left(\left\{\min, \max\right\}, P \cup \left\{<, =, \text{suc}\right\}, \varnothing\right)$.

מבנה של מילון של לוגיקה מונאדית מסדר ראשון עם סוכר תחבירי: יהי σ מילון של לוגיקה מונאדית עם סוכר תחבירי תהא $\mathcal{T} \neq \varnothing$ קבוצה יהי $<_{\mathcal{T}}$ יחס סדר חזק לינארי מעל $\mathcal{T}$ ותהא $\mathcal{I} : \sigma \to \mathcal{P}\left(\mathcal{T}^*\right) \cup \mathcal{T}$ המקיימת

- $\mathcal{I}\left(\min\right) = \min_{<_{\mathcal{T}}}\left(\mathcal{T}\right)$ וכן $\mathcal{I}\left(\max\right) = \max_{<_{\mathcal{T}}}\left(\mathcal{T}\right)$.
- לכל $p \in P_\sigma$ מתקיים $\mathcal{I}\left(p\right) \in \mathcal{P}\left(\mathcal{T}\right)$.
- $\mathcal{I}\left(=\right) = \text{Id}_{\mathcal{T}}$ וכן $\mathcal{I}\left(<\right) = <_{\mathcal{T}}$.
- $\mathcal{I}\left(\text{suc}\right) = \left\{\left(a, b\right) \mid \left(a <_{\mathcal{T}} b\right) \wedge \left(\forall x \in \mathcal{T} : \neg\left(a <_{\mathcal{T}} x <_{\mathcal{T}} b\right)\right)\right\}$.

אזי $\left(\mathcal{T}, <_{\mathcal{T}}, \mathcal{I}\right)$.

הערה: נרחיב את מבנה המחרוזת לעבוד גם עם לוגיקה מונאדית מסדר ראשון עם סוכר תחבירי.

טענה: יהי Σ אלפבית תהא L FOMLO באשר $P_{\sigma_L} = \left\{P_\ell \mid \ell \in \Sigma\right\}$ ותהא $\mathcal{L}$ לוגיקה מונאדית מסדר ראשון עם סוכר תחבירי באשר $P_{\sigma_{\mathcal{L}}} = \left\{P_\ell \mid \ell \in \Sigma\right\}$ אזי

- לכל נוסחה φ ב־L קיימת נוסחה ψ ב־$\mathcal{L}$ המקיימת $\left(s \vDash \psi\right) \Longleftrightarrow \left(s \vDash \varphi\right)$ לכל $s \in \Sigma^*$.
- קיימת $\text{Tr} : \text{Formula}\left(L\right) \to \text{Formula}\left(\mathcal{L}\right)$ חשיבה בזמן לינארי המקיימת $\left(s \vDash \text{Tr}\left(\varphi\right)\right) \Longleftrightarrow \left(s \vDash \varphi\right)$ לכל נוסחה φ ב־L ולכל $s \in \Sigma^*$.
- לכל נוסחה ψ ב־$\mathcal{L}$ קיימת נוסחה φ ב־L המקיימת $\left(s \vDash \psi\right) \Longleftrightarrow \left(s \vDash \varphi\right)$ לכל $s \in \Sigma^*$.
- קיימת $\text{Tr} : \text{Formula}\left(\mathcal{L}\right) \to \text{Formula}\left(L\right)$ חשיבה בזמן לינארי המקיימת $\left(s \vDash \text{Tr}\left(\varphi\right)\right) \Longleftrightarrow \left(s \vDash \varphi\right)$ לכל נוסחה φ ב־$\mathcal{L}$ ולכל $s \in \Sigma^*$.

טענה: יהיו Σ, Γ אלפביתים תהא $f : \Sigma \to \Gamma^*$ חח"ע ותהא $L \subseteq \Sigma^*$ אזי (L גדירה ב־FOMLO)$\Longleftrightarrow$($f\left(L\right)$ גדירה ב־FOMLO).

טענה: $\left\{s \in \left\{0, 1\right\}^* \;\middle|\; \text{len}\left(s\right) \in \mathbb{N}_{\text{even}}\right\}$ אינה גדירה ב־FOMLO.